

Entwicklung einer Simulationsumgebung für die Auslegung piezoelektrischer Energy Harvester

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt
zur
Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs
(Dr.-Ing.)
genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Matthias Kurch

aus Magdeburg

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Tobias Melz
Mitberichterstatter:	Prof. Dr. rer. nat. Michael Schäfer
Tag der Einreichung:	27.01.2014
Tag der mündlichen Prüfung:	22.04.2014

Darmstadt 2014

D17

Zusammenfassung

Die Überwachung von Maschinen und Anlagen zur Gewährleistung und Verbesserung der Sicherheit und Effizienz ist aus ökonomischer Sicht und für deren wissensbasierte Weiterentwicklung essenziell. Energieautarke, drahtlos kommunizierende Sensoren sind für die Messdatenerfassung unverzichtbar, wenn Strukturen ohne elektrische Energieversorgung überwacht werden sollen. Die notwendige Energie wird dabei beispielsweise aus mechanischen Schwingungen der Systemumgebung gewonnen. Diese Form der Energiegewinnung wird als Energy Harvesting bezeichnet. Die Messdatenverarbeitung und drahtlose Kommunikation der Sensoren wird üblicherweise durch zugekaufte eingebettete Systeme realisiert. Aufgrund der Komplexität der autarken Sensoren ist deren Auslegung eine ingenieurtechnische Herausforderung.

Die vorliegende Arbeit stellt eine methodische Auslegungsstrategie für energieautarke Sensoren vor. Dabei liegt der Fokus auf der Entwicklung einer Simulationsumgebung für piezoelektrische Vibrations-Energy-Harvesting-Systeme.

Aus den kommerziell verfügbaren Plattformen muss eine Sensorarchitektur, anhand der Charakteristik der Energiequelle und unter Beachtung der komplexen Wechselwirkungen des autarken Sensors, ausgewählt und konfiguriert werden. Dafür wird hier ein Hardware-in-the-Loop-Verfahren angewendet, welches sich bei der Auslegung von Steuergeräten im Automobilbereich bewährt hat. Es wird gezeigt wie die Peripherie der Soft- und Hardware-Plattform durch die Echtzeitsimulation eines Modells des Energy Harvesters bereitgestellt wird. So kann die Interaktion der elektronischen Komponenten des autarken Sensors mit dem Generator geprüft werden bevor ein Prototyp des Energy Harvesters existiert. Für die Erstellung des Echtzeitmodells wird ein Vorgehen erarbeitet, bei dem dieses mittels Modellreduktion aus Finite-Elemente-Modellen mit piezoelektrischen Wandlern extrahiert wird. Hierdurch hebt sich die vorliegende Arbeit vom Stand der Technik ab. Dieses Verfahren hat den Vorteil, dass Erkenntnisse, welche zur Verbesserung des Finite-Elemente-Modells führen, kontinuierlich in das Echtzeitmodell übernommen werden können.

Die praktische Anwendbarkeit der erarbeiteten Verfahren und Methoden wird am Beispiel der Entwicklung eines autarken Temperatursensors für Güterwagen gezeigt. Nach der experimentellen Bestimmung der Betriebslasten wird eine Machbarkeitsanalyse durchgeführt. Danach folgt die Detailauslegung des Energy Harvesters mittels Finite-Elemente-Simulation, die Erstellung des Echtzeitmodells und die Validierung der Ergebnisse im Labor. Die Arbeit wird mit einem Feldversuch des autarken Sensors abgeschlossen.

Vorwort

Diese Dissertation entstand in den Jahren 2008 bis 2013 während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter des Fachgebiets für Systemzuverlässigkeit und Maschinenakustik (SzM) der Technischen Universität Darmstadt und dem Fraunhofer-Institut für Betriebsfestigkeit und Systemzuverlässigkeit LBF.

Herrn Professor Dr.-Ing. Tobias Melz möchte ich im Besonderen für die Anregung des Themas, für die Betreuung und Förderung danken.

Herrn Professor Dr. rer. nat. Michael Schäfer danke ich für die Übernahme des Koreferats und dem Interesse, das er der Arbeit entgegengebracht hat.

Dr.-Ing. Sven Herold, Dr.-Ing. Dirk Mayer und Dr. Evgenii Rudnyi möchte ich weiterhin für die begleitende Betreuung, die Anregungen und die fachlichen Diskussionen danken, die zum Gelingen der Arbeit beigetragen haben. Den Kollegen des Bereichs Adaptronik danke ich für die gute Zusammenarbeit und die kreative Arbeitsatmosphäre, die ich als sehr angenehm empfunden habe. Mein besonderer Dank gilt den Mitarbeitern des Eisenbahnmuseums Darmstadt-Kranichstein für ihre unkomplizierte Unterstützung bei der Vorbereitung und Durchführung der Testfahrten.

Nicht zuletzt danke ich meiner Frau für ihre Liebe und die Unterstützung während der Durchführung und Fertigstellung dieser Arbeit. Ebenso danke ich meinen Eltern für ihre langjährige Förderung und Unterstützung.

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit, abgesehen von den in ihr ausdrücklich genannten Hilfen, selbständig verfasst habe.

Darmstadt, 30. April 2014

Matthias Kurch

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	xvii
Abkürzungsverzeichnis	xxi
1. Einleitung	1
1.1. Energy Harvesting für energieautarke Sensoren	1
1.2. Stand der Technik	2
1.2.1. Situation des Schienengüterverkehrs	2
1.2.2. Zustandsbasierte Wartung für Schienengüterwagen	5
1.2.3. Heißläuferdetektion	6
1.2.4. Energieform und Wandlerprinzipien des Energy Harvestings	7
1.2.5. Energy Harvesting mit piezoelektrischen Wandlern	8
1.2.6. Systemsimulation multiphysikalischer Systeme	11
1.2.7. Echtzeitsimulationen zur Systemauslegung	12
1.3. Zielstellung und Gliederung der Arbeit	14
2. Systemtheoretische Beschreibung	17
2.1. Beschreibung dynamischer Systeme	17
2.2. Darstellung als System erster Ordnung	18
2.3. Übertragungsfunktion	19
2.4. Systemtheorie linearer dynamischer Systeme	20
2.4.1. Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit	20
2.5. Eigenschaften von Kontrollsystemen	21
2.5.1. Stabilität und Passivität	21
2.6. Krylow-Raum	23
2.7. Kriterien zur Beurteilung dynamischer Systeme	23
2.7.1. Modal Assurance Criterion	23
2.7.2. Normen	24
3. Methodische Auslegung energieautarker Sensoren	25
3.1. Der Entwicklungsprozess energieautarker Sensoren	25
3.2. Methodische Auslegung des Gesamtsystems	26
3.3. Methodische Auslegung des Energy Harvesters	28
3.3.1. Auslegung und Simulation des Energy Harvesters	29
3.3.2. HiL-Simulation des Energy Harvesters	31
3.3.3. Labortest des Energy Harvesters	31

3.3.4.	Feldtest des Energy Harvesters	32
3.3.5.	Übersicht der wesentlichen Modelle und Verfahren	33
4.	Modellierung der Energiewandlung im Energy-Harvesting-System	35
4.1.	Konstitutives Modell	35
4.1.1.	Lineares und nichtlineares Materialverhalten	35
4.2.	Finite-Element-Formulierungen	38
4.3.	Analytische Modellierung	39
4.3.1.	Euler-Bernoulli-Balkenmodell	39
4.3.2.	Verifikation des Balkenmodells	47
4.3.3.	Einmassenschwingermodell	49
5.	Methoden und Verfahren der Modellreduktion	51
5.1.	Modellreduktion durch Projektion	51
5.2.	Balanciertes Abschneiden	53
5.3.	Krylow-Unterraum-Verfahren	54
5.3.1.	Momentenanpassung	54
5.3.2.	Numerische Verfahren für Systeme erster Ordnung	55
5.4.	Substitution der piezoelektrischen Freiheitsgrade	60
5.5.	Anwendungsbeispiel PZT-Balken	61
5.5.1.	Krylow-Unterraum-Verfahren	61
5.5.2.	Kaskadierung von Krylow-Unterraum-Verfahren und Ba- lanciertem Abschneiden	66
6.	Ermittlung des dynamischen Verhaltens eines Güterwagens	69
6.1.	Anwendungsbeispiel	69
6.2.	Laufwerksarten im Schienengüterverkehr	69
6.2.1.	Freier Lenkradsatz	70
6.2.2.	Drehgestelle	72
6.2.3.	Anregungsarten eines Schienenfahrzeugs	74
6.3.	Systemidentifikation	75
6.3.1.	Ermittlung des Eigenschwingverhaltens	75
6.3.2.	Ermittlung der Betriebslasten	79
6.3.3.	Amplitudenverteilung	87
6.3.4.	Diskussion der Ergebnisse	89
7.	Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung	91
7.1.	Auslegung des Energy-Harvesting-Systems	91
7.2.	Experimentelle Charakterisierung	97
7.2.1.	Experimentelle Modalanalyse des Generators	97
7.2.2.	Elektromechanische Charakterisierung	99
7.2.3.	Erstellung des echtzeitfähigen Simulationsmodells	106
7.3.	Validierung der Hardware-in-the-Loop-Simulation	117

7.4. Feldtest	119
8. Schlussfolgerungen und Ausblick	123
A. Mess- und Simulationsergebnisse	127
A.1. Messung der Betriebsschwingungen am 22.04.2011	127
A.1.1. Liste der Fahrten und Teilstrecken	127
A.1.2. Spektrogramme des Radsatzes und Wagenkastens	128
A.2. Moden der experimentellen Modalanalyse	134
A.3. Übertragungsfunktionen des reduzierten Modells	135
A.4. Modellqualität der reduzierten Modelle	136
B. Datenblätter	139
B.1. Materialdaten	139
Literaturverzeichnis	155

Abbildungsverzeichnis

1.1. Güterverkehrsleistung in Deutschland, Quelle: [153]	3
1.2. Verteilung der Güterverkehrsleistung in Deutschland, Quelle: [153]	4
3.1. V-Modell als Makrozyklus, in Anlehnung an [40]	26
3.2. Schaubild methodische Auslegung	27
3.3. Methodische Auslegung des Energy Harvesters	29
4.1. Deformation eines Ferroelektrikums nach [72]	36
4.2. Konvention der Koordinaten piezoelektrischer Werkstoffe	37
4.3. Prinzipskizze des Balkens mit piezoelektrischer Schicht	39
4.4. Querschnitt des Energy Harvesters und des angepassten Balkens .	41
4.5. Finite-Elemente-Modell des Verifikationsbeispiels	47
4.6. Spannungsabfall am Abschlusswiderstand	48
4.7. Einmassenschwinger-Modell des Energy Harvesters	49
5.1. Balken mit zwei piezoelektrischen Wandlern	62
5.2. Rezeptanz am freien Balkenende	63
5.3. Übertragungsfunktionen Wandlerspannung zu Kraft	64
5.4. Verlauf der Eigenfrequenzen	65
5.5. Verlauf des Dämpfungsgrades	65
5.6. Relation der Modellordnung und der absoluten Fehlerschranke . .	67
5.7. Rezeptanz am freien Balkenende für $2n = 14$	67
6.1. Versuchswagen Pwi-28 114 366 Mz.	69
6.2. Laufwerk des Versuchswagens Pwi-28 114 366 Mz	70
6.3. Prinzipskizze des freien Lenkradsatzes [136, S. 472]	71
6.4. Blattfedern als Trapez- und Parabelfedern [136, S. 468]	71
6.5. Allgemeiner Aufbau eines Drehgestells [136, S. 473]	72
6.6. WU 83 Drehgestell Typ DB 665/ WU 83 mit Parabelfedern	73
6.7. Drehgestell Y 25 C, Bauform 65 (geschweißte Ausführung)	73
6.8. Lastabhängiger Reibungsdämpfer - Lenoir-Dämpfer	74
6.9. Koordinatensysteme für Schienenfahrzeuge [79, S. 18]	76
6.10. Viertelwagenmodell, Quelle: [39]	77
6.11. Teststrecke Darmstadt – Bensheim – Worms	79
6.12. Spektrogramm der Beschleunigung des Radsatzes	80
6.13. Spektrogramm der Beschleunigung des Wagenkastens	81

Abbildungsverzeichnis

6.14. Spektrogramm eines Hochlaufs auf der Strecke Lorsch – Bensheim	82
6.15. Spektrum der Weichenüberfahrt, 1. Manöver	84
6.16. Spektrum der Weichenüberfahrt, 3. Manöver	84
6.17. Spektrum des Bahnübergangs	85
6.18. Spektrum der mittleren Beschleunigung	86
6.19. Spektrum der maximalen Beschleunigung	86
6.20. Anzahl der Amplitudenüberschreitungen	87
6.21. Einzelhäufigkeit der Amplituden	88
7.1. Variation Balkenlänge und -dicke bei konstanter Eigenfrequenz . .	93
7.2. Verlauf der Schlankheitsmaße	93
7.3. Skizze des Auslegungsmodells	94
7.4. Abschätzung der mittleren Leistung	95
7.5. Entwurf des Energy Harvesters	96
7.6. FEM-Modell des Energy Harvesters	96
7.7. Experimentelle Modalanalyse	97
7.8. Summenfrequenzgang	98
7.9. Darstellung der 1. und 2. Biegemode	99
7.10. Versuchsaufbau für die Charakterisierung	100
7.11. Übertragungsfunktionen der Kopfbeschleunigung und Dehnungen	101
7.12. Übertragungsfunktionen der Kraft und Wandlerspannungen . . .	102
7.13. Übertragungsfunktionen der Beschleunigung	103
7.14. Übertragungsfunktionen der elektrischen Spannung	104
7.15. Approximation der Verstärkung	105
7.16. Amplitudenabhängig generierte Energie	105
7.17. Modal Assurance Criterion	107
7.18. Vergleich der Messung und des validierten FEM-Modells	109
7.19. Relation der Modellgröße und der höchsten Eigenfrequenz	110
7.20. Relation der Modellordnung und der absoluten Fehlerschranke . .	111
7.21. MATLAB/Simulink-Modell	111
7.22. Abtastintervall und Durchlaufzeiten der Zustandsraummodelle . .	112
7.23. Auslastung der MicroAutoBox II	113
7.24. Übertragungsfunktion der Kopf- zur Fußpunktverschiebung	114
7.25. Übertragungsfunktion der Wandlerspannung zur Fußpunktverschiebung	114
7.26. Übertragungsfunktion der Kopfverschiebung zur Wandlerladung .	115
7.27. Übertragungsfunktion der Wandlerspannung zur -ladung	115
7.28. Schematische Darstellung des Laborversuchs	117
7.29. Übertragungsfunktion aus dem Labortest	118
7.30. Generierte Energie im Vergleich	119
7.31. Installation des energieautarken Sensors für den Feldtest	120
7.32. Teststrecke Stockstadt am Rhein – Worms – Bürstadt	120

7.33. Ladezustand des Speicherkondensators und Beschleunigung im Feld-	
test	121
A.1. 1. Fahrt Bensheim – Worms, 22.04.2011, Radsatz	128
A.2. 2. Fahrt Worms – Bensheim, 22.04.2011, Radsatz	129
A.3. 3. Fahrt Bensheim – Worms, 22.04.2011, Radsatz	130
A.4. 4. Fahrt Worms – Bensheim, 22.04.2011, Radsatz	131
A.5. 1. Fahrt Bensheim – Worms, 22.04.2011, Wagenkasten	132
A.6. 2. Fahrt Worms – Bensheim, 22.04.2011, Wagenkasten	133
A.7. Darstellung der 3. und 4. Mode	134
A.8. Darstellung der 5. und 6. Mode	134
A.9. Darstellung der 7. und 8. Mode	134
A.10. Übertragungsfunktionen bei Anregung des oberen PZT-Wandlers	135
A.11. Übertragungsfunktionen bei Anregung des unteren PZT-Wandlers	135
A.12. Übertragungsfunktionen der Kopfverschiebung zur Fußpunkterre-	
gung	136
A.13. Übertragungsfunktionen der Wandlerspannung zur Fußpunkterre-	
gung	136
A.14. Übertragungsfunktionen der Kopfverschiebung zur Wandlerladung	137
A.15. Übertragungsfunktionen der Wandlerspannung zur -ladung	137
B.1. Materialdaten der kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffplatte . .	139
B.2. Materialdaten piezoelektrischer Wandler DuraAct	140
B.3. Technische Daten - Libelium Waspnote	141

Tabellenverzeichnis

4.1. Parameter des Verifikationsbeispiels	47
5.1. $\ H\ _2$ -Normen des Piezobalkens	63
6.1. Resonanzfrequenzen des Radsatzes und Wagenkastens	76
6.2. Liste der ausgewerteten Fahrmanöver	83
6.3. Beschleunigungsamplituden bei 100 Hz	83
7.1. Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse	99
7.2. Auflistung der Kanäle und Sensoren	100
7.3. Amplitudenverstärkung bei 99 Hz	103
7.4. Materialparameter des CFK-Balkens	106
7.5. Ergebnisse der numerischen Modalanalyse	108
7.6. $\ H\ _2$ -Normen der Modelle	116
7.7. relativer Fehler der $\ H\ _2$ -Normen	117
A.1. Fahrten und Teilstrecken	127

Symbolverzeichnis

Symbol	Dimension	Bedeutung
Matrizen:		
\mathbf{B}^{in}	-	Eingangsmatrix
$\mathbf{B}_1^{\text{out}}$	-	Ausgangsmatrix des Zustands
$\mathbf{B}_2^{\text{out}}$	-	Ausgangsmatrix der Ableitung
\mathbf{c}^E	N/m ²	Elastizitätsmatrix (\mathbf{E} const.)
\mathbf{D}	Ns/m	Dämpfungsmatrix
\mathbf{d}	m/V	Matrix der piezoelektrischen Ladungskonstanten
$\mathbf{D_D}$	-	Durchgangsmatrix
$\mathbf{D}_{e,\phi\phi}$	As ² /V	dielektrische Elementdämpfungsmatrix
$\mathbf{D}_{e,uu}$	Ns/m	mechanische Elementdämpfungsmatrix
\mathbf{e}	N/Nm	Matrix der piezoelektrischen Spannungskonstanten
\mathbf{f}_ϕ	-	Ansatzfunktion des elektrischen Potentials
\mathbf{f}_u	-	Ansatzfunktion der mechanischen Verschiebung
$\mathbf{H}(s)$	-	Übertragungsfunktion
\mathcal{H}_q	-	Hankel-Matrix
\mathbf{K}	N/m	Steifigkeitsmatrix
$\mathbf{K}_{e,\phi\phi}$	As/V	elektrische Elementsteifigkeitsmatrix
$\mathbf{K}_{e,u\phi}$	As/m	piezoelektrische Koppelmatrix
$\mathbf{K}_{e,uu}$	N/m	mechanische Elementsteifigkeitsmatrix
\mathbf{M}	kg	Massenmatrix
$\mathbf{M}_{e,uu}$	kg	mechanische Elementmassenmatrix
$\mathbf{P}(\mathbf{E})$	C/m ²	Polarisation
\mathbf{Q}_n	-	Transformationsmatrix für Systeme 2. Ordnung
\mathbf{s}^E	m ² /N	Nachgiebigkeitsmatrix (\mathbf{E} const.)
\mathbf{V}_n	-	Transformationsmatrix für Systeme 1. Ordnung
\mathbf{W}_B	-	Gramsche Beobachtbarkeitsmatrix
\mathbf{W}_S	-	Gramsche Steuerbarkeitsmatrix
Vektoren:		
\mathbf{S}	m/m	mechanische Dehnung
\mathbf{D}	As/m ²	dielektrische Verschiebung
\mathbf{E}	V/m	elektrische Feldstärke
\mathbf{F}	N/m ³	mechanische Volumenkraft

Symbolverzeichnis

Symbol	Dimension	Bedeutung
\mathbf{F}_e	N	mechanischen Elementkräfte
ϕ	V	elektrisches Potential
Φ	m	Eigenvektor
\mathbf{Q}_e	C	elektrische Elementladungen
\mathbf{T}	N/m ²	mechanische Spannung
\mathbf{u}	m	mechanische Verschiebung
Skalare:		
α	-	Rayleigh-Koeffizient der Massenmatrix
β	-	Rayleigh-Koeffizient der Steifigkeitsmatrix
$\delta(x)$	-	Dirac-Funktion
δ	-	virtuelle Größe
δ_{BT}	-	absolute Fehlerschranke des Balancierten Abschneidens
ε_r	-	relativer Fehler
ε^S	-	dielektrische Matrix (\mathbf{S} const.)
ε^T	-	dielektrische Matrix (\mathbf{T} const.)
Ω	1/s	Erregerfrequenz
ω_i	1/s	i -te Eigenkreisfrequenz eines Systems
$\bar{\rho}$	N/m ³	Verbundsdichte
σ	As/m ³	Ladungsdichte
σ_i	-	i -ter Hankel-Singulärwert
τ	t	Zeitkonstante
ϑ	Nm/V	elektromechanischer Moment-Spannungs-Kopplungsterm
ξ_i	-	Lehrsches Dämpfungsmaß
$a_{z,RS}(t)$	m/s ²	Beschleunigung am Radsatz
$a_{z,WK}(t)$	m/s ²	Beschleunigung am Wagenkasten
b	m	Balkenbreite
b	Ns/m	Dämpfungskonstante
b_f	Ns/m	Dämpfungskonstante der Primärfederung
b_g	Ns/m	Dämpfungskonstante des Gleiskörpers
C	F	Kapazität
c_a	Ns/m	viskose Dämpfungskonstante
C_p	F	statische Kapazität der PZT
c_s	Ns/m ²	Dehnraten-Dämpfungskonstante
E	Pa	Elastizitätsmodul
\overline{EI}	Nm ²	Biegesteifigkeit
f_{max}	Hz	höchste enthaltene Frequenz
$F(t)$	N	Kraft
f_i	Hz	i -te Eigenfrequenz eines Systems
f_s	Hz	Abtastfrequenz
$g(t)$	m	translatorische Fußpunkterregung

Symbol	Dimension	Bedeutung
g	m/s^2	Erdbeschleunigung
\mathcal{G}_n	-	Krylow-Raum zweiter Ordnung
$g(t)$	m	translatorischer Anteil der Stützererregung
h_p	m	Dicke der PZT-Schicht
h_s	m	Dicke der Substratschicht
$h(t)$	°	rotatorischer Anteil der Stützererregung
$i(t)$	A	elektrischer Strom
j	-	imaginäre Einheit
k	N/m	mechanische Steifigkeit
k_f	N/m	Steifigkeit der Primärfederung
k_g	N/m	Steifigkeit des Gleiskörpers
L	H	Induktivität
l	m	Balkenlänge
l_p	m	Länge des PZT-Wandlers
l_s	m	Länge der Substratschicht
$M(x, t)$	Nm	Biegemoment
m	-	Anzahl der Eingänge des Systems
m_r	kg	Masse des Radsatzes
M_t	F	Kopfmasse
m_w	kg	Masse des Wagenkastens
N	-	Dimension des unreduzierten Systems
n	-	Dimension des reduzierten Systems
\hat{n}	-	Dimension der minimalen Realisierung
p	-	Anzahl der Ausgänge des Systems
$q(t)$	C	elektrische Ladung
R	Ohm	Widerstand
r_{TR}	-	Echtzeitkoeffizient
Re	-	Realteil einer komplexen Zahl
r_V	-	Volumenverhältnis
s_0	-	Entwicklungspunkt
s_r	-	ANSYS-Schlankheitsmaß
t_s	s	Abtastintervall
t_{ta}	s	Durchlaufzeit
$t_{ta,max}$	s	maximale Durchlaufzeit
$t_{ta,min}$	s	minimale Durchlaufzeit
$T_i^*(t)$	-	modale Koordinate
$u(t)$	m	mechanische Verschiebung
U_{C_s}	F	Kapazität des Speicherkondensators
V_0	V	komplexe Spannungsamplitude
$v(t)$	V	elektrische Spannung
$w(x, t)$	m	Durchbiegung der Balkenachse

Symbolverzeichnis

Symbol	Dimension	Bedeutung
$w_b(x, t)$	m	Stützererregung
$W_i(x)$	m	Eigenfunktion
Y_0	m	komplexe Wegamplitude

Abkürzungsverzeichnis

APDL	ANSYS Parametric Design Language
AWE	Asymptotic Waveform Evaluation
CBM	Condition-based Maintenance
CCD	Central Composite Design
CFK	Carbon-faserverstärkter Kunststoff
CM	Condition Monitoring
DAE	differential-algebraische Gleichung
DGL	Differentialgleichung
DMS	Dehnungsmessstreifen
DOE	statistische Versuchsplanung
EAS	energieautarker Sensor
EBB	Euler-Bernoulli-Balken
EBO	Eisenbahn-Bau- und Betriebsordnung
EGNOS	European Geostationary Navigation Overlay Service
EH	Energy Harvesting
EMA	experimentelle Modalanalyse
EQ	Energiequelle
FBOA	Festbremsortungsanlagen
FE	Finite Elemente
FEM	Finite-Elemente-Methode
FFT	schnelle Fourier-Transformation
FLOPS	Gleitkommaoperationen pro Sekunde
GLS	Gleichungssystem
HiL	Hardware in the Loop
HOA	Heißläuferortungsanlage
LTI	linear zeitinvariant
MAC	Modal Assurance Criterion

Abkürzungsverzeichnis

MEMS	Mikrosystem
MIMO	Mehrgrößensystem
MOR	Modellreduktion
MPVL	Matrix-Padé-Approximation via Lanczos-Verfahren
ODE	gewöhnliche Differentialgleichung
PVDF	Polyvinylidenfluorid
PVL	Padé-Approximation via Lanczos-Verfahren
PZT	Blei-Zirkonat-Titanat
ROM	reduziert modelliertes Modell
RT	Echtzeit
RTC	Echtzeituhr
SHM	Structural Health Monitoring
SISO	Eingößensystem
SOAR	Arnoldi-Verfahren zweiter Ordnung
SPRIM	Structure-Preserving Reduced-Order Interconnect Macromodeling
SSHI	Synchronized Switch Harvesting on Inductor
SVD	Singulärwertzerlegung
UIC	Internationaler Eisenbahnverband
ÖBB	Österreichische Bundesbahnen

1. Einleitung

1.1. Energy Harvesting für energieautarke Sensoren

Die Grundlage jedweder Verbesserung technischer Anwendungen ist eine höchstmögliche Informationsdichte über deren Betriebszustände und Belastungen. Häufig wird in diesem Kontext die Realisierung energieautarker Sensoren (EAS) betrachtet. Solche Funktionselemente bieten Vorteile, wenn die Sensorstellen schwer zugänglich sind oder große Strukturen beobachtet werden sollen. Die Sensoren sammeln dezentral Daten und übermitteln sie drahtlos an eine Zustandsüberwachung, so dass Anwender auf veränderte Umgebungs- oder Systemzustände reagieren können. Dazu ist es notwendig, dass die elektronischen Komponenten des Systems mit elektrischer Energie versorgt werden. Traditionell werden hierfür kabelgebundene Stromquellen oder Batterien verwendet. Für eine Vielzahl von Anwendungen ist dieses jedoch nicht möglich, da die Lebensdauer der Batterien zu gering oder eine Kabelzuführung nicht realisierbar ist. Ein Lösungsansatz für diese Problemstellung ist die Versorgung des Systems mit Energie, welche aus der Umgebung gewonnen wird. Die Umsetzung dieser Konzepte ist unter dem englischen Fachbegriff Energy Harvesting (EH) bekannt.

Die Entwicklung solcher EH-Systeme stellt besondere Anforderungen an die Auslegungsmethodik. Häufig tritt die verfügbare Umgebungsenergie nur in geringen Mengen auf. In vielen Fällen ist sie nicht kontinuierlich verfügbar. Im Inneren des EH-Systems interagieren Subsysteme aus verschiedenen physikalischen Domänen, wie zum Beispiel der Mechanik, der Thermodynamik oder der Elektrotechnik. Diese Subsysteme können beliebig komplex sein und stehen miteinander in Wechselwirkung. Zur effizienten und flexiblen Auslegung von Energy-Harvesting-Generatoren bietet sich daher eine kombinierte numerisch-experimentelle Untersuchung an.

Die Konzeptionierung solcher Systeme stellt eine besondere Herausforderung dar, weil für die Auslegung der komplette Energiefluss von der Umgebungsquelle bis zum elektrischen Verbraucher beschrieben werden muss. Auf diesem Weg finden verschiedene Energieumwandlungen statt. So wird zum Beispiel bei der Energiegewinnung aus Vibrationen mit piezoelektrischen Wandlern die mechanische Energie in elektrische Energie transformiert. Diese Energie wird im nächsten Schritt aufbereitet, so dass sie für elektrische Verbraucher nutzbar ist. Alternativ kann sie auch für eine spätere Verwendung gespeichert werden. Jeder dieser Schritte führt zu einem Energieverlust, welcher durch eine eingehende Be-

1. Einleitung

trachtung des Energieflusses analysiert und minimiert werden kann. Ein weiterer maßgeblicher Aspekt bei der Auslegung von Energy-Harvesting-Systemen ist die Betrachtung von Interdependenzen des Systems. Es ist naheliegend, dass einer vibrierenden Struktur nicht unendlich Energie entzogen werden kann ohne die Schwingung zu dämpfen. Diese und andere Rückwirkungen auf das Grundsystem sollten vor der Inbetriebnahme vorhersagbar sein, um sie gegebenenfalls zu reduzieren oder gezielt zu nutzen. Für die Analyse der mechanischen, elektrischen und elektronischen Teilkomponenten eines solchen Systems gibt es jeweils hochentwickelte und spezialisierte Methoden und Softwarepakete. Demgegenüber ist die Integration dieser Werkzeuge noch nicht hinreichend gelöst.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit einer Auslegungsmethodik von Energy-Harvesting-Systemen für energieautarke Sensoren. Dabei werden analytische, numerische und experimentelle Methoden so ausgewählt und angewendet, dass eine effiziente Systemauslegung ermöglicht wird.

1.2. Stand der Technik

Eine prädestinierte Anwendung für energieautarke Sensorknoten ist der Eisenbahngüterverkehr. Um die Randbedingungen des Einsatzes der Sensorknoten in dieser Branche besser zu verstehen, wird in diesem Abschnitt zuerst die Situation des Schienengüterverkehrs umrissen. Danach folgt die Beschreibung eines Anwendungsfalls für energieautarke Sensorknoten und ein Überblick zum Thema Energy Harvesting. Der Abschnitt wird mit einer Übersicht der Simulationsmethoden, welche zur Auslegung eines Sensorknotens verwendet werden, abgeschlossen.

1.2.1. Situation des Schienengüterverkehrs

Aus Gründen der freien Zugbildungsfähigkeit haben sich die 197 Mitglieder [117] des Internationalen Eisenbahnverbandes (UIC)¹ auf den geringsten technischen Standard geeinigt. Daher existiert auf Güterwagen üblicherweise keine Stromversorgung. Dennoch wären solche Systeme vorteilhaft, um im Wettbewerb mit anderen Verkehrsträgern konkurrenzfähig zu bleiben. Seit Jahren ist zu beobachten, dass trotz steigenden Gesamttransportaufkommens und seiner deutlich niedrigeren CO₂-Emissionen sowie des geringeren Flächenbedarfs der Transportwege der Anteil des Eisenbahngüterverkehrs in Deutschland gegenüber dem Straßengüterverkehr sinkt. Noch deutlicher wird dieser Trend bei der Analyse des Modal Splits, welcher in der Verkehrsstatistik die Verteilung des Transportaufkommens bezüglich der verschiedenen Verkehrsmittel aufschlüsselt. Dort zeigt sich, dass der Anteil der Eisenbahn an der Güterverkehrsleistung in Deutschland seit 1955 um knapp 50 % [121] gesunken ist. Die Ursachen hierfür sind vielfältig. Auf der wirtschaftlichen Seite sind das drei Hauptentwicklungen [135].

¹franz.: Union Internationale des Chemins de fer

1.2. Stand der Technik

1. Der gestiegene Transport hochwertiger, termingenauer Güter in geringer Sendungsgröße zu Lasten der geringwertigen Massengüter — Güterstruktureffekt —.
2. Die Zunahme der Transportentfernung aufgrund internationaler Arbeitsteilung — Gütermengeneffekt —.
3. Die Einführung neuer Produktions- und Logistikkonzepte (z. B. produktions-synchrone Liefersysteme) sowie weltweite Arbeitsteilung und Standortverflechtung — Logistikeffekt —.

Der erste und dritte Effekt begünstigen den Straßengüterverkehr, da dieser aufgrund seiner Struktur besser auf kleine Transporteinheiten und den Expressversand abgestimmt ist. Bei der Analyse der Entwicklung seit 1993 ist eine Verfestigung dieser Trends festzustellen. Aufgrund des Gütermengeneffekts steigt die Güterverkehrsleistung, welche das Produkt der transportierten Masse und der dabei zurückgelegten Wegstrecke ist gemäß Abbildung 1.1 in Deutschland. Dieser Trend wurde durch das Krisenjahr 2009 unterbrochen, scheint sich aber

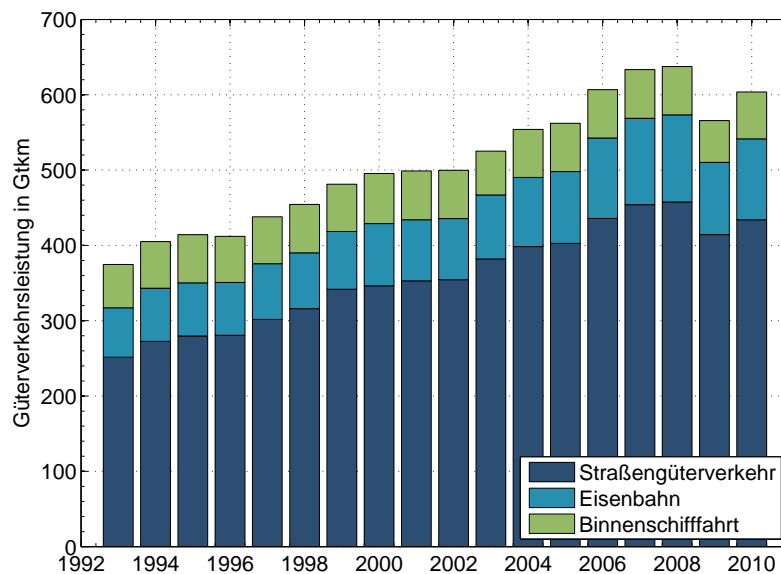


Abbildung 1.1.: Güterverkehrsleistung in Deutschland, Quelle: [153]

gegenwärtig fortzusetzen. Dabei liegt der Anteil des Schienengüterverkehrs an der Verteilung der Güterverkehrsleistung, dem Modal Split, in Deutschland bei einem nahezu konstanten Anteil (vgl. Abbildung 1.2) von 17 %. Will der Eisenbahngüterverkehr von den oben genannten Trends profitieren, dann müssen strukturell einige Veränderungen stattfinden. Zum einen muss die vergleichsweise

1. Einleitung

geringe Transportgeschwindigkeit [121] der Eisenbahn, aufgrund der zeitaufwendigen Zusammenstellung im Rangierbahnhof, verkürzt werden. Hier kann durch die Automatisierung der vorgeschriebenen Bremsproben massiv Zeit gespart werden. Außerdem muss die aktuelle Wartungs- und Instandhaltungsstrategie über-

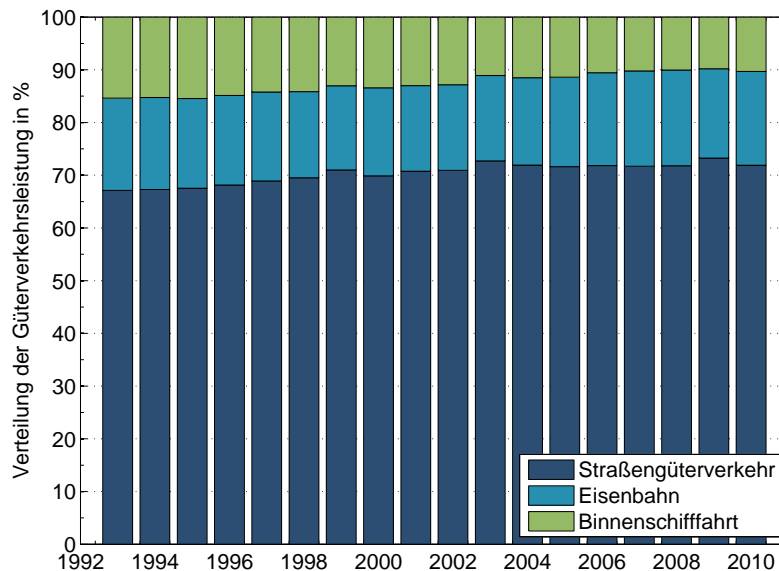


Abbildung 1.2.: Verteilung der Güterverkehrsleistung in Deutschland, Quelle: [153]

dacht werden. Traditionell wird die Instandsetzung bei der Eisenbahn nach festen Zeit- bzw. Laufkilometerfristen durchgeführt. Beispiele aus dem Hochgeschwindigkeitsbereich verdeutlichen die Vorteile der zustandsbasierten Wartung [17, 104]. Durch die kontinuierliche Überwachung von Betriebsparametern und Lasten können finanzielle Einsparpotenziale erschlossen sowie die Betriebssicherheit und der Schutz vor ungeplanten Systemausfällen erhöht werden. Voraussetzung für eine zustandsbezogene Instandsetzungsplanung im Schienengüterverkehr und die automatische Bremsprobe sind energieautarke Sensorsysteme, welche die Datenbasis ermitteln.

Steigende Sicherheitsanforderungen sind nach der Globalisierung und dem zunehmenden Umwelt- und Ressourcenschutz die Megatrends [149] mit denen die Logistikbranche zukünftig konfrontiert ist. Im Allgemeinen ist der Sicherheitsstandard im Eisenbahngüterverkehr zufriedenstellend. Systembedingt führt bei der Eisenbahn der Ausfall einzelner Wagen oder Wagenkomponenten immer zum Ausfall des gesamten Zuges. Im Rahmen einer Fehlermöglichkeits- und -Einflussanalyse (FMEA) haben Hecht u. a. [65] ermittelt, dass sich durch zusätzliche Diagnoseeinrichtungen der Anteil sehr bedeutsamer Ausfälle an Kesselwagenlaufwerken

signifikant senken lässt. Ein solches fahrzeugbasiertes Überwachungssystem zur Früherkennung von Ausfällen muss wie zuvor beschrieben energieautark arbeiten.

1.2.2. Zustandsbasierte Wartung für Schienengüterwagen

Die zustandsbasierte Wartung, auch Condition-based Maintenance (CBM) genannt, bezeichnet ein Konzept bei dem Systemkomponenten rechtzeitig vor ihrem Versagen ausgetauscht oder regeneriert werden. Aufgrund der dadurch erzielbaren optimalen Ressourcennutzung ist sie, aus ökonomischer Sicht, die effizienteste Wartungsstrategie. Ein wichtiger Bestandteil dieser Strategie ist die Zustandsüberwachung des Systems, das sogenannte Condition Monitoring (CM). Hierbei werden im Betrieb physikalische Größen gemessen, die auf den aktuellen und zukünftigen Zustand einer Maschine schließen lassen. Dabei werden hauptsächlich Methoden zu Betriebsstoff- und Schwingungsanalyse [118] angewendet. Für Güterwagen ist die letztgenannte interessant. Hierbei wird mit einer Mustererkennung der Zeitdaten oder Spektren des Weges, der Geschwindigkeit oder der Beschleunigung eine Signatur bestimmt. Weicht diese Signatur von der des Standardbetriebs ab, kann auf eine bestimmte Schädigung geschlossen werden. Ähnliche Methoden können bei der Temperaturanalyse angewendet werden. Hierbei ist häufig die kritische Temperatur und deren Einwirkdauer für eine Komponente bekannt, so dass nach deren Überschreiten eine Warnung ausgelöst werden kann. Das Structural Health Monitoring (SHM), die Zustandsüberwachung statischer Strukturen, ist mit dem CM thematisch eng verwandt. Unterschieden werden beide Techniken anhand ihrer Anwendungen. Es wird von SHM gesprochen, wenn statische (z. B. Brücken, Gebäude) und von CM wenn rotierende und bewegte Strukturen (z. B. Produktionsmaschinen, Antriebsstränge) [44] analysiert werden. Viele Komponenten eines Güterwagens ruhen bezüglich des mitbewegten Koordinatensystems, so dass für diese SHM-Methoden anwendbar sind. Einen Überblick zu diesem Thema gibt die Arbeit von Sohn u. a. [146].

Für den Hochgeschwindigkeitsbereich sind kommerzielle CM-Lösungen erhältlich. Das COMORAN System (Condition Monitoring for Railway Applications) [67, 68] übermittelt die Messdaten drahtgebundener Radlagersensoren zu einer zentralen Einheit, die mittels einer Vibrationsanalyse den Lagerzustand ermittelt. Aufgrund der bekannten Randbedingungen des Eisenbahngüterbetriebs scheidet eine kabelgebundene Übertragung der Zustandsdaten aus. Einen Überblick der gegenwärtig genutzten drahtlosen Übertragungstechniken für die Kommunikation und die Signalanlagen gibt der Beitrag von Shafiullah, Gyasi-Agyei und Wolfs [138]. Ein Konzept für ein batteriebetriebenes drahtloses Sensornetzwerk präsentiert der Artikel von Flammini u. a. [48]. Zusammenfassend sei hier festgestellt, dass es gegenwärtig keine Lösung für drahtlose und energieautarke Sensornetze für das Condition Monitoring auf Güterwagen gibt.

1. Einleitung

1.2.3. Heißläuferdetektion

Während des Betriebs von Schienenfahrzeugen treten immer wieder Schäden an den Radsatzlagern auf. Eine Ursache hierfür ist die Selbstzerstörung der Achslager durch die Überschreitung von Temperaturgrenzwerten. Werden solche Schäden nicht rechtzeitig festgestellt, verursachen sie ungleiche Achsdrücke [133], welche letztendlich zu einer Entgleisung des Schienenfahrzeuges mit negativen humanitären und wirtschaftlichen Folgen führen kann. Zur Vermeidung solcher Szenarien und zur Gewährleistung einer hohen Betriebssicherheit werden zur Detektion der erhitzten, schadhaften Lager ortsfixe Heißläufer- (HOA) und Festbremsortungsanlagen (FBOA) an den Bahnstrecken installiert [36, 37] und so berührungslos die Betriebstemperaturen der Achslager und Bremsen vorbeifahrender Züge gemessen. Werden bei der Messung bestimmte Alarmschwellen überschritten, wird der zuständige Fahrdienstleiter informiert. Dieser instruiert per Zugfunk den Triebfahrzeugführer. Er oder ein Wagenmeister entscheiden dann über die Fortsetzung der Fahrt mit verminderter Geschwindigkeit oder über eine Ausreihung des schadhaften Wagens [78].

Der Abstand zwischen zwei Heißläuferortungsanlagen ist regional unterschiedlich. Er beträgt nach Angaben der DB Netz AG [78] auf den eigenen Hauptstrecken mit Güterverkehr ca. 40 bis 70 km und auf Schnellfahrstrecken ca. 35 bis 40 km. Insgesamt sind somit ca. 460 Heißläufer- und Festbremsortungsanlagen installiert. Diese Angabe wird durch die Fachartikel von Eisenbrand und Pachnicke [37] und Martin und Neuroth [102] bestätigt. Für andere Regionen beträgt der Abstand hingegen 100 km oder mehr. Hier sind diese Ortungsanlagen vorwiegend in der Nähe von Gefahrenstellen, wie zum Beispiel Steilstrecken, Tunneln und Gefällen, installiert [49].

Die Österreichischen Bundesbahnen (ÖBB) setzen in ihrem Netz die Heißläuferortungsanlage vom Typ TK99 ein. Aufgrund der vergleichsweise hohen Installationsdichte der Anlagen im Netz der ÖBB konnte die Temperaturentwicklung beobachtet und analysiert werden. Anhand dieser Untersuchung und praktischer Beobachtungen konnte gezeigt werden, dass die Temperatur als einziger Indikator zur Ermittlung des Entgleisungsrisikos hinreichend ist [133]. Des Weiteren konnte die Heißläuferentstehung charakterisiert und klassifiziert werden. Demnach gibt es zwei Entstehungstypen, die unabhängig von der Lagerbauart auftreten. Das ist der lineare Typ, bei dem der Anstieg der Lagertemperatur linear und gleichmäßig über die Messstellen erfolgt, bis der Grenzwert erreicht wird. Daneben gibt es den exponentiellen Typ. Dieser weist einen exponentiellen Temperaturanstieg auf, so dass nach zwei Messstellen die Alarmschwelle erreicht wird und Handlungen gemäß Prozessanweisung durchgeführt werden müssen. Das Auftreten von Heißläufern deren Temperaturanstieg in kürzester Zeit zur Überschreitung des Grenzwertes führen, wird auch durch Mackay u. a. [97] bestätigt. Demnach kann ein vollständiger Radsatzschaden bereits innerhalb einer Wegstrecke von 3 km nach Erhitzungsbeginn auftreten.

Durch die Einführung von HOA konnte die Sicherheit im Schienenverkehr erhöht werden. Dennoch findet die Temperaturüberwachung nicht flächendeckend statt. Insbesondere für den Gefahrguttransport auf der Schiene stellen zu weit auseinander angeordnete Heißläuferanlagen ein Problem dar. Hierbei ist die bei Hecht u. a. [65] beschriebene Erwärmungscharakteristik kritisch. Demnach weisen die gegenwärtig verwendeten Radlager über lange Zeit ein sehr langsames Erwärmungsverhalten auf. Nach einer Schädigung erfolgt allerdings schnell ein sehr starker Temperaturanstieg. Die Entdeckungswahrscheinlichkeit vor dem Versagen ist mit der gegenwärtigen HOA-Infrastruktur daher eher gering. Dementsprechend wurde in den letzten Jahren an der Umsetzung wagenfester Früherkennungssysteme für die Radlagerüberwachungen gearbeitet. Zwei beispielhafte Umsetzungen batteriebetriebener drahtloser Sensoren sind in den Beiträgen von Kypuros u. a. [89] und Nan u. a. [107] dargestellt.

1.2.4. Energieform und Wandlerprinzipien des Energy Harvestings

Für die Realisierung von Energy-Harvesting-Generatoren existieren verschiedene Konzepte [6, 15, 28, 144]. Sie lassen sich grundsätzlich klassifizieren nach der Energieform, die sie ihrer Umgebung entziehen, und dem Wandlerprinzip, welches diese Energie in elektrischen Strom und Spannung transformiert.

Häufig genutzte Quellen sind die mechanische und thermische Umgebungsenergie sowie die Energie des Lichtes. Als mechanische Energiequellen können translatorische oder rotatorische Schwingungen sowie Fluidströmungen genutzt werden. Als thermische Energiequellen können Wärmequellen jederart, wie zum Beispiel die Abwärme von Aggregaten oder Lebewesen dienen. Die Energie des Lichts aus künstlichen Quellen oder der Sonne kann ebenfalls für EH-Anwendungen genutzt werden. Des Weiteren werden chemische und biologische Quellen für das Energy Harvesting in Betracht gezogen. Beispielhaft sei hier die Bio-Brennstoffzelle aufgeführt [99, 110]. In ihr wird durch Stoffwechselprozesse aus organischen Materialien Strom erzeugt.

Zur Transformation der Umgebungsenergie in nutzbare elektrische Größen werden verschiedene Wandlerprinzipien und -materialien eingesetzt. Für die mechanisch-elektrische Wandlung kann der piezoelektrische Effekt angewendet werden. Hierbei wird in piezoelektrischen Kristallen oder Keramiken durch mechanische Dehnung eine Ladungstrennung hervorgerufen. Diese Ladungen können über einen Verbraucher abfließen und dort Arbeit verrichten. Außerdem ist es möglich die elektromagnetische Induktion [53] zu nutzen, indem eine mechanische Vibration den magnetischen Fluss in einer Spule ändert und so eine Spannung induziert. Die Firma Perpetuum Ltd² setzt solche Generatoren zur Radlagerüberwachung

²[http://www.perpetuum.com/resources/Monitoring bearing health wirelessly.pdf](http://www.perpetuum.com/resources/Monitoring_bearing_health_wirelessly.pdf), [Online; Stand 15. Januar 2014]

1. Einleitung

ein. Die dritte Möglichkeit für eine mechanisch-elektrische Wandlung ist der elektrostatische Effekt. Dieser tritt in dielektrischen Elastomeren auf. Werden diese mit großen Dehnungen belastet und elektrisch geladen, kommt es bei der mechanischen Entlastung und der Relaxation des Materials zu einer Wandlung von mechanischer in elektrische Energie. Diese Energie kann durch das Entladen des Materials genutzt werden [56, 116]. Die thermisch-elektrische Wandlung ist durch zwei physikalische Effekte realisierbar. Das sind der thermoelektrische und der pyroelektrische Effekt. Beim Ersten, welcher als Seebeck-Effekt bekannt ist, wird durch einen Temperaturgradienten zwischen zwei Metallen oder Halbleiterelementen eine elektrische Spannung erzeugt [32, 148]. Der pyroelektrische Effekt tritt nur bei piezoelektrischen Kristallen auf, diese reagieren auf eine Variation der Temperatur mit einer Ladungstrennung [137]. Für Erzeugung elektrischer Energie aus Licht ist die Photovoltaik eine etablierte Technologie. Bei ihr wird unter Nutzung des photoelektrischen Effekts in Halbleitermaterialien direkt aus Licht elektrische Energie erzeugt.

All diesen Energiequellen gemeinsam ist, dass die gewonnene Energie nur temporär oder in geringer Menge verfügbar ist. Das hat zur Folge, dass sie durch ein Energiemanagement für den Verbraucher aufbereitet werden muss.

1.2.5. Energy Harvesting mit piezoelektrischen Wandlern

Eine Studie der Unternehmensberatung Frost & Sullivan [150] zeigt, dass piezoelektrische Werkstoffe sehr interessant für den Einsatz in vibrationsgetriebenen Energy-Harvesting-Systemen für die Energieversorgung drahtloser Sensorknoten sind. Dieses Potential wird jedoch gegenwärtig nicht optimal genutzt. So zeigte die Untersuchung [103], dass der gegenwärtig beste piezoelektrische Energy Harvester nur 5% der verfügbaren Energie wandelt und bereitstellt.

Die Überlegung, piezoelektrische Wandler für die Nutzung mechanischer Umgebungsenergie zu verwenden, wurde im letzten Jahrzehnt eingehend untersucht. Dabei wurden von den piezoelektrischen Materialien hauptsächlich die Piezokeramiken, wie z. B. Blei-Zirkonat-Titanat (PZT) und Bariumtitanat (BaTiO_3), eingesetzt. Darüber hinaus wurden industriell gefertigte Folien aus Polyvinylidenfluorid (PVDF) verwendet. Bei der Applikation der piezokeramischen Wandler dominieren Arbeiten, die den Transversaleffekt (d_{31} -Effekt) [127] nutzen und damit Biegeschwinger realisieren. Der Longitudinaleffekt (d_{33} -Effekt) wird, trotz möglicher höherer Energieausbeuten, selten genutzt. Grund hierfür sind technologische Eigenschaften, für deren Beherrschung gegenwärtig Lösungen erprobt werden [77].

Eine der ersten Anwendungen des Energy Harvestings war die Energiegewinnung aus Schuhsohlen [88, 140] während des Laufens. Die Idee wurde aufgenommen und für eine Vielzahl von Applikationen adaptiert [8, 9, 123, 147] und schließlich auch für die Energieversorgung drahtloser Sensorknoten angewendet [23].

Für die Auslegung eines EH-Systems spielt die Durchführung der Modellbildung

und Entwicklung geeigneter Berechnungsmethoden eine zentrale Rolle. Eine einfache und gebräuchliche Methode ist die Modellierung der vibrierenden Struktur mit piezoelektrischen Wandlern als schwingungsproportionale Stromquelle mit der parallelgeschalteten Kapazität des piezoelektrischen Elements, wie sie in den Arbeiten von Elvin, Elvin und Spector [38], Kaal, Herold und Kurch [75], Ottman u. a. [113] angewendet wird. Hierbei wird angenommen, dass das Energy Harvesting nur geringe elektrische Rückwirkungen hat. Das heißt die Stromquelle ist unabhängig von der Impedanz der Beschaltung. Sollte das nicht der Fall sein, muss der Generator als Feder-Masse-Dämpfer-System mit vollständig gekoppeltem piezoelektrischem Wandler [34, 141] modelliert werden. Damit können grundsätzliche Wechselwirkungen zwischen der Mechanik des Energy Harvesters und der Elektronik analysiert werden, wie zum Beispiel die unterschiedliche Eigenfrequenz bei offenen und kurzgeschlossenen Elektroden des piezoelektrischen Wandlers. Außerdem kann dieses Modell beschreiben, dass die Übertragungsfunktion bis zu einem bestimmten Punkt sinkt und danach wieder ansteigt, wenn der Lastwiderstand von Null bis unendlich variiert wird. Dieser Effekt wird für die semi-aktive Dämpfung von Hagood und Flotow [61] genutzt, wobei der mit der niedrigsten Amplitude assoziierte Widerstand gezielt bestimmt wird. In bestimmten Konfigurationen kann der Energy Harvester das Schwingverhalten der Zielapplikation beeinflussen. Dann muss diese in die Modellbildung einbezogen werden. Eine Untersuchung zu diesem Sachverhalt wurde von Kurch und Mayer [87] durchgeführt und es wurde gezeigt wie die Wechselwirkung der Teilsysteme, Zielapplikation und Energy Harvester die Dynamik des Gesamtsystems beeinflussen.

Das Studium der EH-Literatur zeigt, dass der einseitig eingespannte Biegebalken mit piezokeramischen Wandlern [34, 92, 109, 124, 141] der weitverbreitetste EH-Mechanismus ist. Der Balken kann mit einer Endmasse bestückt sein, um die Eigenfrequenz anzupassen. Das äquivalente Feder-Masse-Dämpfer-System kann durch die analytische Lösung nach der Balkentheorie [145] bestimmt werden. Dazu wird die Variationsformulierung des Problems aufgestellt und diese mit dem Rayleigh-Ritz-Verfahren gelöst [60]. Ein anderer häufig gewählter Ansatz ist die Bestimmung der äquivalenten Federkonstanten aus der statischen Verformung des Balkens unter einer Endlast. Die äquivalente Masse wird ermittelt, indem die kinetische Energie des Balkens der einer Punktmasse gleichgesetzt wird [57]. Das so erhaltene Modell muss, wie bei Erturk und Inman [42] beschrieben, durch einen Korrekturfaktor angepasst werden, damit die Ergebnisse mit denen der Euler-Bernoulli-Balkentheorie übereinstimmen. Das nicht korrigierte Modell darf nur verwendet werden, falls das Verhältnis der Endmasse zur Balkenmasse hinreichend groß ist. Der Balken mit piezoelektrischen Wandlern wird üblicherweise auf einer vibrierenden Zielstruktur angebracht. Hierbei wird aus Gründen der Vereinfachung die Zielstruktur häufig durch eine harmonische Fußpunkterregung, alias Stützerregung, abstrahiert. Die bisher betrachteten Balken weisen einen konstanten Querschnitt auf, so dass die Dehnung über der Balkenlänge linear ab-

1. Einleitung

fällt. Durch die Verwendung dreieckiger oder trapezförmiger Balken [54] kann der Dehnungsverlauf optimiert werden. Durch diese Geometrie wird eine konstante Dehnung [124] in den applizierten Piezowandler eingeleitet und so die Energie effizienter generiert.

Neben der analytischen Modellierung steht die numerische Simulation mittels Finite-Elemente-Methode (FEM) als Berechnungsverfahren für piezoelektrische EH-Systeme zu Verfügung. Entwickelt wurden diese Verfahren [26, 31, 152, 157] mit dem Aufkommen der Adaptronik. Sie wurden verwendet, um das sensorische und aktorische Verhalten piezokeramischer Wandler in oder auf Balken und Platten zu analysieren [101]. Für die Anwendung piezoelektrischer Analysen mit kommerziellen Finite-Elemente-Programmen gibt es verschiedene Implementierungen mit unterschiedlichen Leistungsmerkmalen. Die bekanntesten dürften hierbei ANSYS [5], Abaqus FEA und COMSOL Multiphysics sein.

Einen entscheidenden Einfluss auf die Effizienz des piezoelektrischen Generators hat das Energiemanagement des EH-Systems. Das heißt, es muss eine Schaltung zur Aufbereitung und Speicherung der erzeugten elektrischen Energie entwickelt werden. Ein Großteil der elektronischen Komponenten eines Sensorknotens benötigt eine stabile Gleichspannung, so dass die erzeugte Wechselspannung des Wandlers gleichgerichtet und gespeichert werden muss. Ein gebräuchlicher Lösungsansatz ist die Nutzung einer Brückengleichrichterschaltung mit einem Ladekondensator zur Spannungsglättung. Eine Weiterentwicklung dieses Ansatzes stellen die folgenden Arbeiten von Ottman, Hofmann und Lesieutre [112], Ottman u. a. [113] dar. Hierin wird ein System zum Laden einer Batterie, welches aus einem Brückengleichrichter und Abwärtswandler³ zur Impedanzanpassung und Spannungsregulierung besteht, vorgestellt. Eine Herausforderung bei der Entwicklung solcher Schaltungen ist, dass ein piezoelektrischer Wandler eine kapazitive Stromquelle ist. Daraus folgt eine Phasenverschiebung zwischen elektrischem Strom und Spannung, so dass nicht die maximale elektrische Leistung genutzt werden kann. Dieser Effekt kann teilweise ausgeglichen werden durch die Verwendung einer Synchronized Switch Harvesting on Inductor (SSHI) Schaltung. Bei diesem Schaltungstyp [59, 141–143] wird eine geschaltete Induktivität parallel zu dem piezoelektrischen Wandler und Gleichrichter geschaltet, so dass die Spannungsamplitude vergrößert wird. Außerdem oszillieren die Schwinggeschwindigkeit und die Spannung in Phase, wodurch die transferierte Energie maximiert wird. Eine Durchsicht der aktuellen Literatur zum „Energy Harvesting mit piezoelektrischen Wandlern“ zeigt, dass diese Thematik von allen beteiligten Fachgebieten intensiv erforscht wird. Es gibt jedoch noch einige Fragestellungen zu klären, bevor diese Technologie breitenwirksam angewendet werden kann. Zum einen werden gegenwärtig mechanische, elektromechanische und elektronische Subsysteme eines EH-Systems häufig separat betrachtet und optimiert. Diese Vorgehensweise vernachlässigt sowohl negative als auch positive Wechselwirkungen zwischen den

³engl.: buck converter

physikalischen Domänen. Dadurch wird riskiert, dass unerwartete Effekte auftreten und darüber hinaus Optimierungspotential verschenkt wird. Durch eine bessere Integration der Analyseverfahren der beteiligten Wissenschaften könnte dem begegnet werden. Bei den Applikationen dominieren gegenwärtig balkenartige Biegeschwinger. Diese sind zwar mit der Euler-Bernoulli-Balkentheorie leicht zu analysieren, stellen aber nicht immer die optimale Struktur dar. Durch die Integration numerischer Verfahren, wie zum Beispiel der FEM, in diesen Entwicklungsprozess, wäre es möglich beliebige Strukturen zu analysieren und eine optimierte mechanische Konstruktion zu realisieren.

1.2.6. Systemsimulation multiphysikalischer Systeme

Die Entwicklung eines energieautarken Sensors ist geprägt durch die Integration komplexer elektromechanischer Komponenten, welche systembedingt in einer starken Wechselwirkung stehen. Insofern ist es nachvollziehbar, dass die selben Auslegungswerkzeuge wie für adaptronische und mechatronische Applikationen anwendbar sind. Bei deren Auslegung hat sich, wie von Bein u. a. [16] gezeigt, die Systemsimulation bewährt. Hierfür werden alle Komponenten mit der notwendigen Genauigkeit modelliert und zu einer Gesamtsystems simulation zusammengefügt. Aufgrund des modularen Aufbaus der Simulation besteht die Möglichkeit, den Detaillierungsgrad der Komponenten leicht an den Erkenntniszuwachs während der Auslegung anzupassen. Bekannte Softwarepakete für diese Aufgabe sind MATLAB/Simulink⁴, Scilab⁵, LMS Imagine.Lab AMESim⁶ uvm. Diese Programme verwenden zwei Ansätze zur Beschreibung und Lösung der Differentialgleichungen. Bei dem ersten wird ein dynamisches System anhand seines Signalfusses durch ein Blockschaltbild beschrieben. Jeder Block repräsentiert das unidirektionale Übertragungsverhalten einer Systemkomponente von den Ein- zu den Ausgängen. Aufgrund der Einschränkung durch die unidirektionale Übertragung ist bei der Modellierung darauf zu achten, dass die richtigen physikalischen Größen miteinander gekoppelt werden. Dieses kann durch eine hierarchische Modellierungsstrategie [69] erreicht werden. Im Berechnungskern der Softwarepakete wird das Modell durch gewöhnliche Differentialgleichungen (ODE)⁷

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) \quad (1.1)$$

abgebildet, welche mit entsprechenden ODE-Solvern gelöst werden. Der zweite Ansatz wird als physikalische Modellierung bezeichnet. Jede Komponente des dynamischen Systems wird durch ein Element mit mehreren Anschlussknoten repräsentiert. Die Knoten entsprechen den realen Koppelpunkten mit anderen

⁴<http://www.mathworks.de/>

⁵<https://www.scilab.org/>

⁶<http://www.lmsintl.com/LMS-Imagine-Lab-AMESim>

⁷engl.: Ordinary Differential Equation

1. Einleitung

Komponenten. So hat zum Beispiel eine Schraubenfeder zwei Knoten. An jedem Knoten existiert eine Fluss- und eine Potentialgröße. Aus den Elementen können physikalische Netzwerke erstellt werden, die das dynamische Verhalten beschreiben [159]. Im Hintergrund entsteht aus den gewöhnlichen Differentialgleichungen der Elemente und den algebraischen Nebenbedingungen ein System differentialalgebraischer Gleichungen (DAE)⁸

$$F(\dot{x}(t), x(t), t) = 0, F : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^m, \quad (1.2)$$

welches mit speziellen DAE-Solvern gelöst wird. Bei der Auswahl eines ODE- oder DAE-Gleichungslöser muss häufig entschieden werden, ob ein steifes oder nicht steifes Problem vorliegt. Das Kriterium hierfür ist die Zeitkonstante τ des Systems. Diese wird für den Schwingkreis aus einer Induktivität L und einer Kapazität C und einem Widerstand R , welcher ein Modell des piezoelektrischen Wandlers mit Beschaltung ist, als $\tau = \frac{R}{2L}$ bestimmt. Es ist zu erkennen, dass τ vom angeschlossenen Stromkreis abhängt. Wird eine infinitesimale Induktivität in der Systemsimulation berücksichtigt oder aus externen Modellen übernommen, muss ein Solver für steife Probleme gewählt werden. Falls das piezoelektrische Element als RC-Glied beschrieben wird, gilt $\tau = RC$ und es kann ein Löser für nicht steife Probleme verwendet werden.

Häufig sind Komponenten eines mechatronischen Systems als FEM-Modelle vorhanden, zum einen, weil sie sich als komfortables Werkzeug zu Auslegung bewährt haben und zum anderen, weil sie für Nachweise benötigt werden. Eine Weiterverwendung der FEM-Modelle ist unter ökonomischen Aspekten anzustreben. Dafür haben sich verschiedene Ansätze bewährt. Bei der Kosimulation werden zu diskreten Zeitpunkten die berechneten Koppelgrößen ausgetauscht. Dieser Ansatz erfordert einen gewissen Aufwand bei der Synchronisation der Schrittweiten der Modellzeiten der beteiligten Programme durch Extrapolation oder Interpolation. Als weitere Möglichkeit können die beiden Simulationen durch einen Modellverbund integriert werden. Dafür werden die Systemmatrizen einer Anwendung extrahiert und in die zweite Anwendung importiert. In den meisten Fällen sind die Matrizen des FEM-Modells zu groß, um effizient in einer transienten Systemsimulation gelöst zu werden. Aus diesem Grund wurden Modellreduktionsmethoden [7] entwickelt. Diese transformieren, durch die Anwendung mathematischer Algorithmen, das Originalmodell in ein Modell mit deutlich kleineren Systemmatrizen und hinreichend ähnlichem Ein- und Ausgangsverhalten.

1.2.7. Echtzeitsimulationen zur Systemauslegung

Für den Test und die Systemauslegung adaptiver und mechatronischer Systeme hat sich, neben der numerischen Simulation ein experimentelles Verfahren,

⁸engl.: Differential Algebraic Equation

genannt Hardware in the Loop (HiL) bewährt, um Qualitäts-, Zuverlässigkeits- und Sicherheitsanforderungen zu gewährleisten. Hierfür wird die Umgebung eines komplexen mechatronischen Systems durch ein ComputermodeLL nachgebildet. Die Entwicklung der Komponenten des Systems kann mit dieser Technologie parallel durchgeführt werden. Die vorhandenen Wechselwirkungen werden durch eine HiL-Simulation berücksichtigt. Somit ist es möglich einzelne Komponenten zu optimieren, obwohl ihre Umgebung noch nicht in Hardware umgesetzt wurde. Nach der Fertigstellung der Komponenten kann das Gesamtsystem oder Teilsysteme getestet und so eine Vielzahl von Betriebszuständen im Labor überprüft werden. Durch diese virtuelle Inbetriebnahme ist es möglich die Anzahl der Prototypen zu verringern.

Eine Grundvoraussetzung für HiL-Simulationen ist die Verfügbarkeit von echtzeitfähigen Simulationsmodellen der Umgebung. Ein Modell ist dann echtzeitfähig, wenn dessen Modellzeit synchron zur Echtzeit (RT)⁹ oder schneller als diese läuft. In vielen Simulationen stehen die Modell- und die Echtzeit in keinem Zusammenhang. Bei großen FEM-Modellen kann es beispielsweise, in Abhängigkeit von den Lösungsalgorithmen und der verfügbaren Rechenleistung, Stunden dauern bis eine Minute des Prozesses simuliert wurde. Für die Erstellung der Echtzeitmodelle können zwei Ansätze verwendet werden: die Anwendung von den bereits im letzten Abschnitt erwähnten Modellreduktionsverfahren oder die Anpassung des Detaillierungsgrades der Modellierung. Bei dem zuletzt genannten Ansatz werden die physikalischen Grundeigenschaften eines komplexes Systems analysiert und diese durch ein möglichst einfaches Modell beschrieben.

In der Automobilindustrie werden mittels HiL-Systemtests die Funktionalität von Steuergeräten [22] und Verbrennungskraftmaschinen [71] getestet und abgesichert. Neben den alltäglichen können damit auch Extremsituationen nachgestellt werden, welche an Fahrzeugen nicht gefahrlos erzeugt werden können. Es ist somit auch möglich Prozesse abzubilden deren Apparaturen physisch nicht verfügbar sind, weil die experimentelle Realisierung zu teuer und zeitaufwändig ist.

Im Hinblick auf die HiL-Simulationen ist es vorteilhaft, wenn bei der Systemsimulation die Integration aller Submodelle durch einen Modellverbund realisiert wird, um die Code Generierung für die Echtzeitplattform zu erleichtern.

Für die Auslegung von Energy-Harvesting-Systemen werden HiL-Simulationen gegenwärtig kaum verwendet. Papatheou und Sims [114] nutzen dieses Verfahren, um den Einfluss eines Rucksack-Energy-Harvesters auf den Stoffwechsel des Trägers und den Tragekomfort untersuchen zu können. Da die Modellierung des menschlichen Gangs zu komplex ist, wird stattdessen ein Aktorsystem in einem Rucksack installiert, welches die Dynamik des EH-Systems durch eine HiL-Simulation nachbildet. Der Energy Harvester wird hierfür als Feder-Masse-Dämpfer-System modelliert.

⁹engl.: Real Time

1. Einleitung

1.3. Zielstellung und Gliederung der Arbeit

Wie bereits eingangs erwähnt ist Energy Harvesting ein potentieller Ansatz für die Energieversorgung energieautarker Sensorsysteme. Eines der größten Hemmnisse für den Einsatz dieser Technologie in industriellen Anwendungen ist das Fehlen einer leistungsfähigen Entwicklungsumgebung für solche Systeme. Eine solche Umgebung sollte die praktische Umsetzung erleichtern. Außerdem müssen die Anforderungen des industriellen Entwicklungsprozesses wie Robustheit, Stabilität und minimaler Rechenaufwand sowie intuitive Nutzbarkeit berücksichtigt werden. Aus diesem Grund soll in dieser Arbeit eine strukturierte Auslegungsmethodik erarbeitet werden, für die Simulationswerkzeuge und experimentelle Methoden zu einer Entwicklungsumgebung für die Gesamtauslegung von Energy-Harvesting-Systemen integriert werden. Es wird gezeigt, wie in der Vorentwicklungsphase durch einfache Modelle verlässliche Machbarkeitsaussagen getroffen werden können. Bei positivem Ergebnis werden diese als Basis für die detaillierte Systemauslegung verwendet. Als Anwendungsbeispiel wird ein piezoelektrisches Energy-Harvesting-System für eine wagenfeste Heißläuferfrüherkennung auf Güterzügen gewählt.

Die vollständig gekoppelte Auslegung elektromechanischer Systeme mit elektronischen Komponenten ist eine fachgebietsübergreifende Aufgabe. Wird beispielsweise ein mechanisches Schwingssystem mit piezokeramischen Wandlern und einer Schaltung zur Nutzung der entstehenden Ladungen betrachtet, müssen wegen der vorhandenen Wechselwirkungen, sowohl mechanische als auch elektrische Felder analysiert werden. Auf Grund der Entwicklungsgeschichte der beteiligten Ingenieurwissenschaften Technische Mechanik und Elektrotechnik haben sich unterschiedliche Darstellungsweisen, Berechnungsmodelle und Fachtermini etabliert. Demzufolge wird die Arbeit, nachdem der Stand der Technik in Abschnitt 1.2 umrissen wurde, mit Kapitel 2 fortgesetzt, welches in einer systemtheoretischen Beschreibung die notwendigen Begrifflichkeiten und Darstellungsweisen erklärt. Im anschließenden Kapitel 3 erfolgt die Beschreibung der entwickelten Methodik zur Auslegung energieautarker Sensoren, wobei schwerpunktmäßig auf die Auslegung des Energy Harvesters eingegangen wird. Basierend auf der Systemtheorie aus Kapitel 2 werden in Kapitel 4 verschiedene Methoden für die elektromechanische Modellierung piezoelektrischer Systeme dargestellt. Dabei wird ein analytisches Balkenmodell für die Machbarkeitsstudie und Vorauslegung abgeleitet. Anschließend wird auf die Simulation mittels Finite-Elemente-Methode eingegangen, da letztere eines der Standardwerkzeuge zur Auslegung elektromechanischer Strukturen ist. Die Integration der verschiedenen Auslegungswerkzeuge ist die zentrale Zielsetzung dieser Arbeit. Für die Verwendung der FEM-Modelle in einer HiL-Simulation müssen diese echtzeitfähig sein. Einen Lösungsansatz für diese Aufgaben bieten die Methoden der Modellreduktion (MOR)¹⁰. Mit diesem

¹⁰engl.: Model Order Reduction

1.3. Zielstellung und Gliederung der Arbeit

Fokus werden im Kapitel 5 die gängigen Verfahren untersucht. Dabei wird vertiefend auf die Momentenanpassung und das Balancierte Abschneiden eingegangen. Die betrachteten Verfahren werden nach der Ermittlung des dynamischen Verhaltens des Güterwagens in Kapitel 6 im darauf folgenden Abschnitt bei der Auslegung des Gesamtsystems (Kapitel 7) angewendet. An dieser Stelle wird das Leistungsvermögen der erstellten Entwicklungsumgebung anhand der Auslegung eines energieautarken Sensors für den Güterwagen gezeigt. Hierdurch wird sowohl die Güte der numerischen und experimentellen Vorhersagen als auch die praktische Nutzbarkeit an einer repräsentativen Struktur verifiziert. Abschließend werden in Kapitel 8 die gewonnenen Erkenntnisse zusammengefasst und ein Ausblick auf die Möglichkeiten zur Fortführung der Forschungsarbeiten gegeben.

2. Systemtheoretische Beschreibung

Für die Modellbildung und Simulation mechanischer, elektrischer und elektronischer Systeme existiert eine Vielzahl verschiedener Methoden und Verfahren. Diese führen häufig zu Systemen einfacher Differentialgleichungen oder zu differentialalgebraischen Gleichungen zweiter Ordnung. Die Benennung der Variablen und die Darstellung dieser Gleichungssysteme (GLS) ist durch das jeweilige Anwendungsgebiet geprägt. Aus diesem Grund wird im folgenden Kapitel ein allgemeiner systembeschreibender Rahmen vereinbart.

2.1. Beschreibung dynamischer Systeme

Die Analyse linearer zeitinvarianter (LTI)¹ Systeme führt im Allgemeinen zu partiellen Differentialgleichungen, welche das physikalische Problem beschreiben. In vielen Fällen sind diese nicht analytisch lösbar. Aufgrund dessen werden numerische Verfahren bevorzugt, welche eine Näherungslösung der diskretisierten Differentialgleichungen zweiter Ordnung ermitteln. In verschiedenen Anwendungen können zusätzliche algebraische d.h. ableitungsfreie Nebenbedingungen auftreten. Das resultierende Gleichungssystem kann als ein lineares Deskriptorsystem oder verallgemeinertes Kontrollsystem zweiter Ordnung

$$\Sigma : \begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{B}^{\text{in}}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{B}_1^{\text{out}}\mathbf{q} + \mathbf{B}_2^{\text{out}}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}_D\mathbf{u} \end{cases} \quad (2.1)$$

mit den reellen Matrizen $\mathbf{M}, \mathbf{D}, \mathbf{K} \in \mathbb{R}^{N \times N}$, $\mathbf{B}^{\text{in}} \in \mathbb{R}^{N \times m}$, $\mathbf{B}_1^{\text{out}}, \mathbf{B}_2^{\text{out}} \in \mathbb{R}^{p \times N}$, $\mathbf{D}_D \in \mathbb{R}^{p \times m}$ dargestellt werden. Die Dimension des Zustandsraumes N entspricht der Dimension des dynamischen Systems. Die Vektorfunktionen $\mathbf{q} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^N$, $\mathbf{u} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^m$ und $\mathbf{y} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^p$ heißen Zustände, Eingänge und Ausgänge des Systems. Systeme, für die $m = p = 1$ gilt, werden als Eingrößensysteme (SISO)² bezeichnet. Systeme mit $m > 1$ und $p > 1$ werden im Unterschied dazu Mehrgrößensysteme (MIMO)³ genannt. Für strukturmechanische Systeme ist die Matrix \mathbf{M} fast immer regulär. Im Gegensatz dazu treten in dieser Arbeit Anwendungen auf, bei denen \mathbf{M} singular sein kann. Das ist der Fall, wenn piezoelektrische

¹engl.: Linear Time-Invariant

²engl.: Single-Input and Single-Output

³engl.: Multiple-Input and Multiple-Output

2. Systemtheoretische Beschreibung

Systeme modelliert werden. Dann wird Gleichung Gl. (2.1) im Allgemeinen zu einem linearen gewöhnlichen Algebro-Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung, welche auch differential-algebraisches Gleichungssystem genannt wird.

2.2. Darstellung als System erster Ordnung

In vielen Fällen ist es notwendig oder sinnvoll das Deskriptorsystem zweiter Ordnung in eines erster Ordnung zu überführen, da einige MOR-Algorithmen und Lösungsverfahren nur für diese Darstellung existieren. Das verallgemeinerte lineare Kontrollsystem erster Ordnung hat die folgende Form

$$\Sigma : \begin{cases} \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{G}\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{L}\mathbf{x} + \mathbf{D}_D\mathbf{u} \end{cases} \quad (2.2)$$

und die Systemmatrizen $\mathbf{C}, \mathbf{G} \in \mathbb{R}^{2N \times 2N}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2N \times m}$, $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{p \times 2N}$, $\mathbf{D}_D \in \mathbb{R}^{p \times m}$. Die Übertragungsfunktion des Systems aus Gl. (2.2) lautet

$$\mathbf{H}(s) := \mathbf{L}(s\mathbf{C} + \mathbf{G})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}_D. \quad (2.3)$$

Grundsätzlich lässt sich jedes Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung in ein System erster Ordnung überführen. Für das in Gl. (2.1) dargestellte System wird ein Zustandsvektor wie folgt definiert

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

Durch die Substitution

$$\mathbf{C} := \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{X} \end{bmatrix}, \mathbf{G} := \begin{bmatrix} \mathbf{D} & \mathbf{K} \\ -\mathbf{X} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{B} := \begin{bmatrix} \mathbf{B}^{\text{in}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{L} := \begin{bmatrix} \mathbf{B}_2^{\text{out}} & \mathbf{B}_1^{\text{out}} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

oder durch die alternative Darstellung

$$\mathbf{C} := \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{X} \\ \mathbf{M} & \mathbf{D} \end{bmatrix}, \mathbf{G} := \begin{bmatrix} -\mathbf{X} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K} \end{bmatrix}, \mathbf{B} := \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}^{\text{in}} \end{bmatrix}, \mathbf{L} := \begin{bmatrix} \mathbf{B}_2^{\text{out}} & \mathbf{B}_1^{\text{out}} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

entsteht das System erster Ordnung gemäß Gl. (2.2). Hierin ist $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ eine beliebige reguläre Matrix. Gesetzt den Fall, dass $\mathbf{M}, \mathbf{D}, \mathbf{K}$ symmetrisch sind und falls \mathbf{K} bzw. \mathbf{M} regulär sind, ist es vorteilhaft $\mathbf{X} = -\mathbf{K}$ beziehungsweise $\mathbf{X} = \mathbf{M}$ zu setzen. Die Matrizen \mathbf{C} und \mathbf{G} sind dann ebenfalls symmetrisch und die positive (Semi-)Definitheit des Ausgangssystems bleibt erhalten.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass die Transformation von einem System erster zu einem System zweiter Ordnung die Zustandsraumdimension verdoppelt, d.h.

2.3. Übertragungsfunktion

für $\mathbf{q} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^N$ gilt dann $\mathbf{x} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^{2N}$. Für Systeme bei denen die Matrix \mathbf{C} regulär ist, kann Gl. (2.2) in die Zustandsraumdarstellung

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{x} + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \hat{\mathbf{C}}\mathbf{x} + \hat{\mathbf{D}}\mathbf{u} \end{cases} \quad (2.7)$$

überführt werden. Dabei gilt $\hat{\mathbf{A}} = -\mathbf{C}^{-1}\mathbf{G}$, $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B}$, $\hat{\mathbf{C}} = \mathbf{L}$ und $\hat{\mathbf{D}} = \mathbf{D}_D$. Die Matrizen $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ und $\hat{\mathbf{D}}$ werden System-, Eingangs-, Ausgangs- und Durchgangsmatrix genannt.

Für die Implementierung des Zustandsraummodells auf digitalen Rechenplattformen ist die Darstellung als zeitdiskretes Zustandsraummodell [96, S. 419]

$$\Sigma : \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_d\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_d\mathbf{u}(k) \end{cases} \quad (2.8)$$

vorteilhaft, da hierbei nur Matrizenmultiplikationen und -additionen für die Berechnung des nächsten Zeitschritts notwendig sind. Die Systemmatrizen des zeitdiskreten Modells können aus denen des kontinuierlichen bestimmt werden [96, S. 427]

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_d &= e^{\hat{\mathbf{A}}T}, & \mathbf{B}_d &= \int_0^T e^{\hat{\mathbf{A}}\alpha} d\alpha \hat{\mathbf{B}} \\ \mathbf{C}_d &= \hat{\mathbf{C}}, & \mathbf{D}_d &= \hat{\mathbf{D}}, \end{aligned}$$

mit $\alpha = (k+T) - \tau$ und $d\alpha = -d\tau$. Die Variablen T und τ sind hierbei die Abtastzeit beziehungsweise die Integrationsvariable.

2.3. Übertragungsfunktion

Ein effektives Verfahren zur Beschreibung und Analyse dynamischer Systeme ist die Laplace-Transformation [33]. Sie ist eine Abbildung $\mathcal{L} : \mathbf{f}(t) \mapsto \mathbf{F}(s)$, $s \in \mathbb{C}$ vom Zeitbereich in den komplexen Spektralbereich und wie folgt definiert

$$\mathbf{F}(s) := \mathcal{L}\{\mathbf{f}(t)\}(s) = \int_0^\infty \mathbf{f}(t)e^{-st} dt. \quad (2.9)$$

Die Funktion $\mathbf{F}(s)$ wird Laplace-Transformierte der Funktion $\mathbf{f}(t)$ genannt. Für exponentiell abklingende Funktionen ist $\mathbf{F}(s)$ auch für $s = j\omega$, $\omega \in \mathbb{R}$, $j^2 = -1$ definiert. Dann entspricht $\mathbf{F}(j\omega)$ der Fourier-Transformierten von $\mathbf{f}(t)$.

Die Eingangssignale eines LTI-Systems werden durch die Systemeigenschaften in Ausgangsgrößen transformiert. Das Ausgangssignal $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$ resultiert aus der

2. Systemtheoretische Beschreibung

Faltung der Matrix der Impulsantworten $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^{p \times m}$ mit dem Eingangssignal $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ [96, S. 164]

$$\mathbf{y} = \mathbf{h} * \mathbf{u} = \int_0^t \mathbf{h}(t - \tau) \mathbf{u}(\tau) d\tau. \quad (2.10)$$

Wird auf diese Formel die Laplace-Transformation und der Faltungssatz angewendet, resultiert die Übertragungsfunktion

$$\mathbf{H}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \mathcal{L}\{\mathbf{h}(t)\}(s) = \int_0^\infty \mathbf{h}(t) e^{-st} dt \quad (2.11)$$

wobei $\mathbf{Y}(s)$ und $\mathbf{U}(s)$ die Laplace-Transformierten des Aus- bzw. Eingangs sind.

2.4. Systemtheorie linearer dynamischer Systeme

2.4.1. Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit

Die Steuerbarkeit ist ein elementares Kriterium bei der Analyse der LTI-Systeme aus Gl. (2.7). Sie beschreibt in welchem Ausmaß der Zustand \mathbf{x} eines Systems durch den Eingangsvektor \mathbf{u} beeinflusst werden kann. Die vollständige Steuerbarkeit eines Systems kann mit dem Kalman-Kriterium überprüft werden, wonach ein System $\Sigma(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ dann vollständig steuerbar ist, wenn die Steuerbarkeitsmatrix

$$\mathbf{S}_S = [\mathbf{B} \ \mathbf{A}\mathbf{B} \ \mathbf{A}^2\mathbf{B} \ \dots \ \mathbf{A}^{2N-1}\mathbf{B}], \mathbf{S}_S \in \mathbb{R}^{2N \times 2N \cdot m} \quad (2.12)$$

den Rang $2N$ hat [96]

$$\text{Rang } \mathbf{S}_S = 2N. \quad (2.13)$$

Alternativ kann die Steuerbarkeit durch die Gramsche Steuerbarkeitsmatrix \mathbf{W}_S nachgewiesen werden

$$\mathbf{W}_S = \int_0^{t_e} e^{\mathbf{A}t} \mathbf{B} \mathbf{B}^T e^{\mathbf{A}^T t} dt. \quad (2.14)$$

Wenn diese positiv definit ist, dann ist das Kalman-Kriterium ebenfalls erfüllt. Ein System Gl. (2.7) wird als vollständig beobachtbar bezeichnet, wenn der Anfangszustand $x_0 = x(t=0)$ aus dem über einem Intervall $[0, t_e]$ bekannten Verlauf der Eingangsgröße $u[0, t_e]$ und der Ausgangsgröße $y[0, t_e]$ bestimmbar ist. Die vollständige Beobachtbarkeit eines Systems kann ebenfalls mit dem Kalman-Kriterium überprüft werden, wonach ein System vollständig beobachtbar ist, wenn die Beobachtbarkeitsmatrix

$$\mathbf{S}_B = [\mathbf{C} \ \mathbf{C}\mathbf{A} \ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \ \dots \ \mathbf{C}\mathbf{A}^{n-1} \ \dots]^T, \mathbf{S}_B \in \mathbb{R}^{p \cdot 2N \times 2N} \quad (2.15)$$

eines LTI-Systems den Rang $2N$ hat

$$\text{Rang } \mathbf{S}_B = 2N. \quad (2.16)$$

Analog zu \mathbf{W}_S kann die Beobachtbarkeit durch die Gramsche Beobachtbarkeitsmatrix \mathbf{W}_B nachgewiesen werden

$$\mathbf{W}_B = \int_0^{t_e} e^{\mathbf{A}^T t} \mathbf{C} \mathbf{C}^T e^{\mathbf{A} t} dt. \quad (2.17)$$

Ist diese positiv definit, so ist die Bedingung in Gl. (2.16) ebenfalls erfüllt. Für $t_e = \infty$ gehen die Gramschen Matrizen in $\mathbf{W}_{B\infty}$ bzw. in $\mathbf{W}_{S\infty}$ über und können als Lösung der Ljapunow-Gleichungen

$$\mathbf{A} \mathbf{W}_{S\infty} + \mathbf{W}_{S\infty} \mathbf{A}^T = -\mathbf{B} \mathbf{B}^T \quad (2.18)$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{W}_{B\infty} + \mathbf{W}_{B\infty} \mathbf{A} = -\mathbf{C}^T \mathbf{C} \quad (2.19)$$

bestimmt werden.

2.5. Eigenschaften von Kontrollsystemen

2.5.1. Stabilität und Passivität

Die Stabilität und die Passivität sind wichtige Eigenschaften dynamischer Systeme, welche durch eine Modellreduktion erhalten bleiben müssen. Daher folgt hier deren Definition und die Vorstellung der Nachweisverfahren.

Die Stabilität eines dynamischen Systems bezeichnet seine Eigenschaft auf eine beschränkte Erregung mit einer beschränkten Antwort zu reagieren. In der Literatur [95, S. 381] wird zwischen Zustandsstabilität und Eingangs-Ausgangs-Stabilität unterschieden. Die Erstgenannte liegt vor, wenn ein System nach dem Aufbringen einer Anfangserregung in die Gleichgewichtslage zurückkehrt. Die Zweitgenannte ist gegeben, wenn das System eine betragsbeschränkte Ausgangsgröße besitzt, wenn es mit einer Eingangsgröße erregt wird. Ein System ist genau dann zustandsstabil, wenn für Eigenwerte λ_i des Eigenwertproblems

$$\mathbf{G} \mathbf{x} = \lambda \mathbf{C} \mathbf{x}$$

mit \mathbf{C} , \mathbf{G} aus Gl. (2.2)

$$\text{Re}(\lambda_i(\mathbf{G}, \mathbf{C})) \leq 0 \quad (2.20)$$

gilt und dass alle Eigenwerte mit

$$\text{Re}(\lambda_i(\mathbf{G}, \mathbf{C})) = 0 \quad (2.21)$$

2. Systemtheoretische Beschreibung

nur einfach auftreten. Ein System ist genau dann asymptotisch stabil, wenn die Eigenwerte der Matrizen \mathbf{C} und \mathbf{G} die Bedingung

$$\operatorname{Re}(\lambda_i(\mathbf{G}, \mathbf{C})) < 0 \quad (2.22)$$

erfüllen. Ist ein System asymptotisch stabil, so ist es auch E/A-stabil [95, S. 391]. Die Eigenwerte sind auch Pole der Übertragungsfunktion $\mathbf{H}(s)$, so dass die Bedingung hierfür äquivalent formuliert werden kann, wodurch sie auch für Systeme zweiter Ordnung anwendbar sind.

Häufig werden reduzierte Modelle als Komponenten in Gesamtsystemsimulationen integriert. Die Modellreduktionsverfahren sollten folglich die Passivität erhalten, da sonst die Stabilität [122] der numerischen Simulation nicht garantiert ist. Daher ist die Passivität des dynamischen Systems eine wichtige Eigenschaft. In ihrer physikalischen Interpretation kennzeichnet sie, dass ein dynamisches System keine Energie erzeugt. Für physikalische Strukturen ist diese Bedingung meistens erfüllt. Für elektronische Schaltungen, die Quellen enthalten können, ist das nicht zwingend gegeben. Hier ist zu beachten, dass das System mindestens die Energie der Quellen dissipiert. Ein lineares dynamisches System ist gemäß [50] passiv, wenn seine Übertragungsfunktion $\mathbf{H}(s)$ aus Gl. (2.23) mit $\mathbf{L}^T = \mathbf{B}$ positiv reell ist. Für matrixwertige Funktionen $\mathbf{H} : \mathbb{C} \rightarrow (\mathbb{C} \cup \{\infty\})^{m \times n}$ gilt, dass sie genau dann reell sind, wenn sie die folgenden Eigenschaften haben:

1. \mathbf{H} hat keine Pole im \mathbb{C}_+ ;
2. $\mathbf{H}(\bar{s}) = \overline{\mathbf{H}(s)}$ für alle $s \in \mathbb{C}$;
3. $\operatorname{Re}(\mathbf{x}^H \mathbf{H} \mathbf{x}) \geq 0$ für alle $s \in \mathbb{C}_+$ und $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^m$.

Den Beweis für die Passivität des Deskriptorsystems erster Ordnung Gl. (2.2) wird in [50] geführt. In dieser Arbeit wird gezeigt, dass ihre Übertragungsfunktion

$$\mathbf{H}(s) := \mathbf{B}^T (s\mathbf{C} + \mathbf{G})^{-1} \mathbf{B}, s \in \mathbb{C} \quad (2.23)$$

positiv reell ist, wenn die hinreichenden Bedingungen

$$\mathbf{G} + \mathbf{G}^T \geq 0, \quad (2.24)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}^T \quad (2.25)$$

und $\mathbf{G} + s\mathbf{C}$ ist ein reguläres Matrixbüschel erfüllt sind. Der Ausdruck $\mathbf{A} \geq 0$ bezeichnet in diesem Kontext, dass die Matrix \mathbf{A} symmetrisch und positiv semidefinit ist. Für das Deskriptorsystem zweiter Ordnung zeigt [139], dass es passiv ist, wenn gilt, dass $\mathbf{B}_1^{\text{out}} = 0$, $\mathbf{B}_2^{\text{out}} = (\mathbf{B}^{\text{in}})^T$, und wenn die Systemmatrizen \mathbf{M} , \mathbf{D} , \mathbf{K} positiv semidefinit sind.

2.6. Krylow-Raum

Die Entwicklung bestimmter Modellreduktionsverfahren waren inspiriert durch den erfolgreichen Einsatz von Projektionsmethoden [128, 155] zur Lösung großer linearer Gleichungssysteme

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b}. \quad (2.26)$$

Diese werden durch eine Ähnlichkeitstransformation in ein kleineres GLS überführt, welches gelöst wird. Bei der zugrundeliegenden Iteration entsteht eine Sequenz von Vektoren

$$\mathbf{b}, \mathbf{Ab}, \mathbf{A}^2\mathbf{b}, \dots, \mathbf{A}^j\mathbf{b}, \dots, \quad (2.27)$$

welche den Krylow-Raum $\mathcal{K}_n(\mathbf{A}; \mathbf{b})$ der Dimension n aufspannen

$$\mathcal{K}_n(\mathbf{A}; \mathbf{b}) \equiv \text{span} \{ \mathbf{b}, \mathbf{Ab}, \mathbf{A}^2\mathbf{b}, \dots, \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{b} \}. \quad (2.28)$$

Dieser Unterraum kann für die Approximation verwendet werden. Die Herausforderung hierbei ist die numerisch stabile Realisierung des Prozesses. Die Berechnung und anschließende Orthogonalisierung der Basisvektoren $\mathbf{A}^j\mathbf{b}$ ist nicht zielführend, da diese gegen einen dominanten Eigenvektor konvergieren [134]. Stattdessen muss eine orthogonale Basis $\mathbf{V}_n \in \mathbb{R}^{2N \times n}$ des Krylow-Raums bestimmt werden

$$\text{span} \{ \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n \} = \mathcal{K}_n(\mathbf{A}; \mathbf{b}), \quad (2.29)$$

welche die Dimension des Systems reduziert und dessen Ein- und Ausgangsverhalten näherungsweise erhält. Die vorgestellte Terminologie wurde für Kontrollsysteme zweiter Ordnung erweitert und der Krylow-Raum zweiter Ordnung⁴ \mathcal{G}_n mit den Matrizen $\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}} \in \mathbb{R}^{N \times n}$ und dem Startvektor $\bar{\mathbf{r}}_0$ definiert [10]

$$\mathcal{G}_n(\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}; \bar{\mathbf{r}}_0) = \text{span} \{ \bar{\mathbf{r}}_0, \bar{\mathbf{r}}_1, \bar{\mathbf{r}}_2, \dots, \bar{\mathbf{r}}_{n-1} \}, \quad (2.30)$$

von welchem $\mathbf{Q}_n \in \mathbb{R}^{N \times n}$ eine orthonormale Basis ist

$$\text{span} \{ \mathbf{Q}_n \} = \mathcal{G}_n(\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}; \bar{\mathbf{r}}_0). \quad (2.31)$$

2.7. Kriterien zur Beurteilung dynamischer Systeme

2.7.1. Modal Assurance Criterion

Zur Beurteilung der Ähnlichkeit von zwei Eigenvektoren Φ_i und Φ_j wird häufig das Modal Assurance Criterion (MAC)

$$MAC_{ij} = \frac{(\Phi_i^T \Phi_j)^2}{(\Phi_i^T \Phi_i)^2 \cdot (\Phi_j^T \Phi_j)^2} \quad (2.32)$$

⁴engl.: second order Krylov subspace

2. Systemtheoretische Beschreibung

angewendet [43]. Der MAC-Wert kann Werte zwischen null und eins annehmen. Null steht hierbei für identische und eins für orthogonale Vektoren. In dieser Arbeit wird der MAC für den Vergleich von gemessenen und berechneten Eigenformen verwendet. In diesem Fall ist ab einem Wert von $\text{MAC} > 0,8$ von einer guten Übereinstimmung auszugehen.

2.7.2. Normen

Eine regelmäßig wiederkehrende Aufgabe in dieser Arbeit ist die Approximation dynamischer Systeme. Zur Beurteilung der Approximationsgüte werden Maßzahlen benötigt. Die $\|H\|_2$ -Norm ist der Effektivwert der Impulsantwort des Systems. Die Impulsantwort oder Gewichtsfunktion wird hier durch $\mathbf{h}(t)$ repräsentiert. Mit ihr wird die $\|H\|_2$ -Norm wie folgt definiert

$$\|H\|_2 := \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \text{Spur} [\mathbf{h}(t)^T \mathbf{h}(t)] dt}. \quad (2.33)$$

Nach der Anwendung der Laplace-Transformation Gl. (2.9) und des Parsevalschen Theorems folgt die Darstellung im Spektralbereich

$$\|H\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Spur} [\mathbf{H}^H(j\omega) \mathbf{H}(j\omega)] d\omega}. \quad (2.34)$$

Der obere Index $()^H$ bezeichnet die adjungierte Matrix, d.h. die Transponierte der komplex Konjugierten $\mathbf{H}^H = \overline{\mathbf{H}}^T$. Für SISO-Systeme vereinfacht sich die Darstellung zu

$$\|H\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{H(j\omega)} H(j\omega) d\omega} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(j\omega)|^2 d\omega}. \quad (2.35)$$

Die $\|H\|_\infty$ -Norm ist für lineare SISO-Systeme das Maximum der Übertragungsfunktion

$$\|H\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} |H(j\omega)| \quad (2.36)$$

und entspricht somit häufig der Amplitude in der Resonanz. Für MIMO-Systeme ist sie das Amplitudenmaximum des Frequenzganges bezogen auf alle Ein- und Ausgänge

$$\|H\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \sigma_{\max}(\mathbf{H}(j\omega)) \quad (2.37)$$

wobei σ_{\max} den größten singulären Wert der Matrix \mathbf{H} bezeichnet [96, S. 313].

3. Methodische Auslegung energieautarker Sensoren

3.1. Der Entwicklungsprozess energieautarker Sensoren

Für die Entwicklung energieautarker Sensoren existiert bis dato keine einheitliche Entwicklungsmethodik. Aufgrund der Gemeinsamkeiten mit adaptiven und mechatronischen Systemen und entsprechender Vorarbeiten [120, S. 115] ist es zielführend, die „Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme“, welche in der Richtlinie VDI 2206 spezifiziert ist, als Arbeitsgrundlage zu verwenden. In dieser Richtlinie ist ein flexibles Vorgehensmodell definiert, welches aus den Elementen

- Problemlösungszyklus auf der Mikroebene,
- V-Modell auf der Makroebene,
- Prozessbausteine für wiederkehrende Arbeitsschritte

besteht. Außerdem werden dort alle Teilschritte der Entwicklung und ihre logische Reihenfolge beschrieben.

Die Makroebene der Methodik bildet das in Abbildung 3.1 dargestellte V-Modell, welches aus der Softwareentwicklung übernommen und angepasst wurde. Durch dieses V-Modell ist ein Makrozyklus festgelegt, der bis zur Erlangung des erforderlichen Reifegrads mehrfach durchlaufen werden soll. Ein erster Zyklus kann beispielsweise mit einem Labormuster enden. Das Resultat des zweiten Zyklus könnte ein Funktionsmuster sein. Gegebenenfalls ist noch ein dritter Iterationsschritt durchzuführen, um ein serienreifes Produkt zu erreichen. Zu Beginn des Makrozyklus werden die Anforderungen beschrieben und dadurch die Kriterien für die Bewertung des Produkts festgelegt. Anschließend erfolgt der Systementwurf, dessen Ziel die Festlegung eines domänenübergreifenden Lösungskonzepts ist. Die Gesamtfunktion des Systems wird hierbei in die wesentlichen Teilfunktionen untergliedert. Ausgehend von dem entwickelten Lösungskonzept wird der domänenspezifische Entwurf durchgeführt. Dazu sind detaillierte Auslegungen und Berechnungen notwendig, um die Funktionserfüllung sicherzustellen.

Die Strukturierung des Entwicklungsprozesses erfolgt durch die Aneinanderrei-

3. Methodische Auslegung energieautarker Sensoren

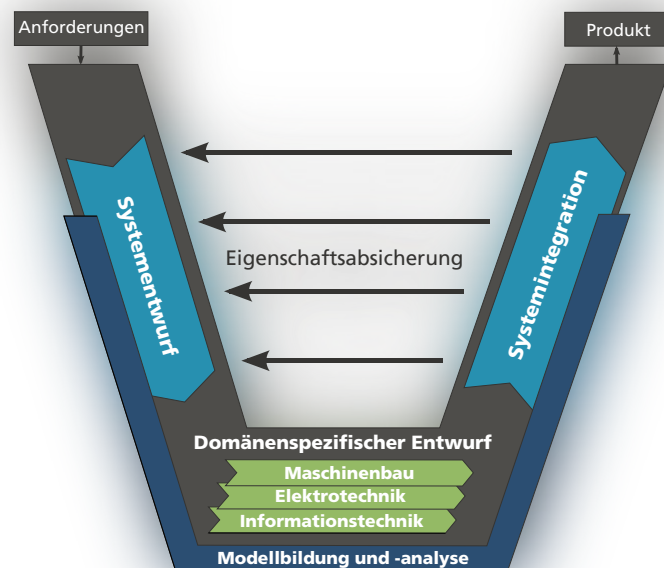


Abbildung 3.1.: V-Modell als Makrozyklus, in Anlehnung an [40]

lung und Verschachtelung von Vorgehenszyklen. Durch diese Problemlösungszyklen auf der Mikroebene lässt sich die Prozessplanung flexibel an die jeweilige Entwicklungsaufgabe anpassen, da sie in vorhersehbare und damit planbare Teilaufgaben untergliedert wird.

Bei der Bearbeitung der einzelnen Teilschritte auf der Basis des V-Modells können einige wiederkehrende Arbeitsschritte als Prozessbausteine vordefiniert werden. Die Richtlinie VDI 2206 beschreibt Prozessbausteine für den Systementwurf, die Modellbildung und -analyse, den domänenspezifischen Entwurf, die Systemintegration und die Eigenschaftensicherung. Die konkrete Definition der Prozessbausteine hängt stark von der jeweiligen Zielanwendung ab und muss daher zweckgebunden erarbeitet werden.

3.2. Methodische Auslegung des Gesamtsystems

Analog zur der Vorgehensweise zur Auslegung mechatronischer und adaptiver Systeme [69] wird das Gesamtsystem energieautarker Sensoren in die Komponenten „Anregung“, „Energy Harvester“, „Energiespeicher“ und „Sensorknoten“ unterteilt, welche in der linken Spalte von Abbildung 3.2 aufgelistet sind. Gemäß dem Vorgehen nach Richtlinie VDI 2206 entsprechen diese den wesentlichen Teilfunktionen eines energieautarken Sensors. Wie im Abschnitt 1.2 beschrie-

3.2. Methodische Auslegung des Gesamtsystems

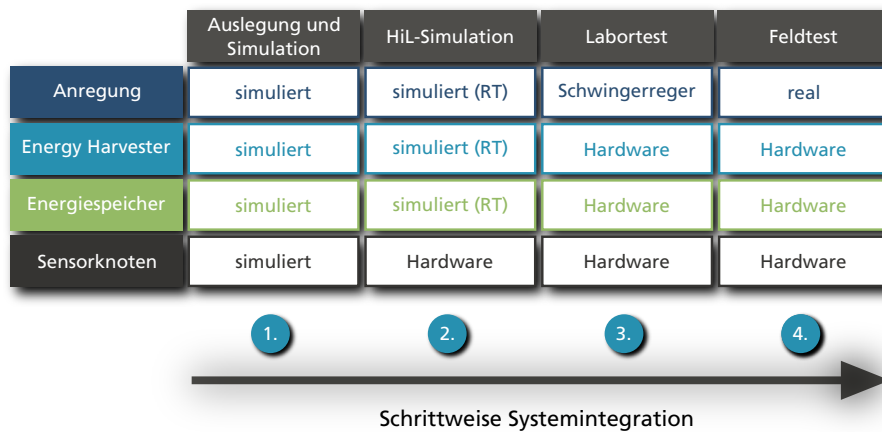


Abbildung 3.2.: Schaubild methodische Auslegung

ben, ist die Auslegung energieautarker Sensoren eine komplexe interdisziplinäre Aufgabe, bei der diverse Wechselwirkungen und pareto-optimale Eigenschaften berücksichtigt werden müssen. Gemäß dieser Anforderungen wurden die vier Prozessbausteine „Auslegung und Simulation“, „HiL-Simulation“, „Labortest“ und „Feldtest“ definiert. Der erste Baustein gehört zu der Gruppe Modellbildung und -analyse während die letzten drei der Eigenschaftsabsicherung zuzuordnen sind. Der besondere Schwerpunkt in dieser Arbeit gilt der Absicherung der Eigenschaften im Rahmen der Systemintegration, wobei die Modellbildung des Energy Harvesters für HiL-Simulation sehr differenziert untersucht wird. Die genannten vier Prozessbausteine werden nachfolgend detailliert beschrieben.

Auslegung und Simulation: In der Spalte Auslegung und Simulation sind numerische Berechnungsverfahren zusammengefasst. Es wird empfohlen zunächst schlanke analytische Modelle zu erarbeiten. Mit diesen können in einer frühen Phase Machbarkeitsaussagen bezüglich der generierten Energie im Verhältnis zum Gewicht des Energy-Harvesting-Systems und Vorauslegungen durchgeführt werden. Außerdem sind hier die System- und Finite-Elemente-Simulationen eingeordnet, mit denen danach eine detaillierte Auslegung und Analyse möglich ist. So kann ein Vibrations-Energy-Harvesting-Generator bereits bei der Auslegung speziell an die Dynamik und Betriebsschwingungen der Zielanwendung angepasst werden.

HiL-Simulation: Bei der Auslegung und Umsetzung eines energieautarken Sensors ist es sinnvoll, die elektronischen Komponenten, wie die Sensorplattform und die Energy-Harvesting-Schaltung zuzukaufen. Es sind verschiedene Sensorplattformen kommerziell verfügbar. Sie bestehen aus einer Platine mit Mikrocontroller, Analog-Digital-Wandler, der drahtlosen Sendeeinheit und dem Subsystem für das Energiemanagement. Die Interna solcher Plattformen sind häufig komplex und urheberrechtlich geschützt, so

3. Methodische Auslegung energieautarker Sensoren

dass eine Modellierung nicht sinnvoll bzw. unmöglich ist. Für die Evaluation verschiedener Sensorplattformen werden Echtzeitmodelle für Anregung, Energy Harvester und Energiespeicher erstellt und in die HiL-Simulation eingebunden. Somit ist es möglich den Energiebedarf typischer Operationen, wie zum Beispiel Datenauswertung, -speicherung und -übertragung, verschiedener Sensorplattformen zu vergleichen und die geeignete auszuwählen. Diese Tätigkeit kann parallel zur Auslegung des Energy Harvesters ohne eine physische Repräsentation desselben geschehen.

Labortest: Die Erprobung der Teilkomponenten des Sensors in ihrer späteren Umgebung ist häufig nicht möglich. Systembedingt ist der Zugang zum Aufstellort des energieautarken Sensor örtlich oder zeitlich eingeschränkt. Aus diesem Grund wird die Umgebung des Sensors im Labor nachgestellt. Die Anregung erfolgt mit einem Schwingerreger. Mit diesem Shaker werden Testsignale zur Charakterisierung und typische Betriebszustände gefahren. Letztere stammen aus der Betriebsmessung und werden mit einer Shakerregelung erzeugt. Bei den abschließenden Tests liegen die Systemkomponenten Energy Harvester, Energiespeicher und Sensorknoten alle als Hardware vor und werden auf ihre Zuverlässigkeit untersucht. Bis dahin werden die Echtzeitmodelle der HiL-Simulation sukzessive durch reale Komponenten ausgetauscht und dabei ihre korrekte Funktionsweise überprüft. Eventuell vorhandene negative Wechselwirkungen der Hardware-Komponenten fallen hierbei frühzeitig auf. Daraus resultiert eine Reduktion der Anzahl der Prototypen und der Feldtests.

Feldtest: Der abschließende Feldtest dient dem Nachweis des Leistungsvermögens des energieautarken Sensors in seiner realen Umwelt. Wenn bei der Modellbildung alle kritischen Einflüsse berücksichtigt und diese im Labortest korrekt geprüft wurden, dann ist ein negatives Ergebnis unwahrscheinlich. Bei langjähriger Entwicklungserfahrung und guter Systemkenntnis kann der Feldtest entfallen, falls er nicht gesetzlich vorgeschrieben ist. An dieser Stelle tritt das Hauptanliegen der methodischen Auslegung deutlich hervor. Durch einen systematischen Einsatz von Labortests, numerischen und HiL-Simulationen soll die Anzahl der Prototypen und Feldversuche auf ein Minimum reduziert und so der Entwicklungsprozess effizient durchgeführt werden.

3.3. Methodische Auslegung des Energy Harvesters

Die Auslegungsmethodik für energieautarke Sensoren wurde, mit dem Schwerpunkt HiL-Simulation, in Vorarbeiten durch Koch, Kurch und Mayer [81, 82] beschrieben. Auf eine detaillierte Beschreibung der Modellbildung und Simulation des Energy Harvesters wurde in diesem Kontext bewusst verzichtet. Im Rahmen

3.3. Methodische Auslegung des Energy Harvesters

der vorliegenden Arbeit wird dieses Subsystem eingehend untersucht und Lösungsvorschläge, im Rahmen der methodischen Auslegung, vorgestellt und diskutiert. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Charakteristik der Energiequelle (EQ) durch eine umfassende Messung und Auswertung des Betriebsverhaltens ermittelt wurde. Für einen Vibrations-Energy-Harvester sollten die Beschleunigungen für typische Betriebszustände und die Anbindungsimpedanz des vorgesehenen Aufstellorts bekannt sein. Es wird außerdem angenommen, dass die Energie vorher-sagbar ist und somit der EQ-Charakteristik 2 [80] entspricht. Die Abbildung 3.2 vereinfacht sich. Von diesem Schaubild wird nachfolgend nur die zweite Zeile (vgl. Abbildung 3.3) betrachtet. Anhand dieser Abbildung wird, entlang der Richtung

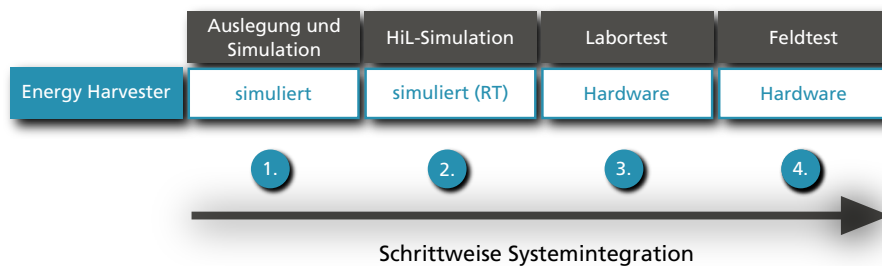


Abbildung 3.3.: Methodische Auslegung des Energy Harvesters

der schrittweisen Systemintegration, erklärt, welche Methoden für die Auslegung des Energy Harvesters angewendet werden. Bei den erarbeiteten Lösungen wird immer wieder der Bezug zu den übrigen Systemkomponenten hergestellt, da dieser im Hinblick auf die ganzheitliche Auslegung wichtig ist.

3.3.1. Auslegung und Simulation des Energy Harvesters

Für die Auslegung und Simulation eines Energy Harvesters werden erfahrungsgemäß mindestens drei Modelle benötigt. Dies sind ein analytisches Modell, ein Finite-Elemente-Modell und ein Systemmodell. Das Erste dient zur Abschätzung der generierbaren Energie im Rahmen der Machbarkeitsanalyse und zur Vorauslegung. Das Zweite wird für die Detailauslegung verwendet. Das Dritte muss für die Integration des EH in die Gesamtsystems simulation des energieautarken Sensors erstellt werden.

Die durch Energy Harvesting generierte Energie ist gering und steht nicht kontinuierlich zur Verfügung, so dass es in der Anfangsphase des Entwicklungsprozesses häufig Unsicherheit im Hinblick auf die Realisierbarkeit des energieautarken Sensors gibt. Es hat sich als zielführend erwiesen, eine Machbarkeitsstudie mit einem analytischen Modell durchzuführen. Für balkenartige Biegeschwinger sind solche Modelle vorhanden [13, 34, 41] und müssen lediglich angepasst werden. Alternativ können Platten- und Schalenmodelle oder recheneffiziente diskretisierte Modelle verwendet werden. Mit einem solchen Modell, der gemessenen Anregung und ei-

3. Methodische Auslegung energieautarker Sensoren

ner idealisierten Energy-Harvesting-Schaltung kann sowohl im Frequenz- als auch im Zeitbereich mit einer Systemsimulation die maximal generierbare Energie abgeschätzt werden. Abzüglich der Wandlungsverluste kann so eine Machbarkeitsaussage für den EAS getroffen werden. Außerdem kann zu diesem Zeitpunkt das Gewicht und der notwendige Bauraum und somit auch die Energiedichte vorausberechnet werden.

Das analytische Modell bildet die Grundlage für die Vorauslegung des Energy-Harvesting-Systems. Mit diesem können charakteristische Größen variiert und ihr Einfluss auf das Leistungsvermögen des Generators beurteilt werden. Mit dem so ermittelten Parametersatz erfolgt die Konstruktion des EH. Zur Beurteilung konstruktiver Details wird ein Finite-Elemente-Modell aufgebaut. Mit diesem kann durch eine Modalanalyse berechnet werden, ob sich die vorgesehene Resonanz, ungestört von anderen Eigenfrequenzen, einstellt. Mit einer Spektralanalyse lässt sich bestimmen, welche maximalen mechanischen Spannungs- und Wegamplituden auftreten, so dass eine Überlastung der Konstruktionsmaterialien ausgeschlossen werden kann. Wenn eine spezielle Form des piezoelektrischen Wandlers [54] eingesetzt werden soll, kann mit einem FEM-Modell eine Topologieoptimierung durchgeführt und die ideale Wandlerform ermittelt werden.

Für die Integration des EH-Modells in die Gesamtsystems simulation des EAS muss ein weiteres Modell erstellt werden, welches den Anforderungen der DAE- und ODE-Solver (vgl. Unterabschnitt 1.2.6) entspricht. Da bei diesen Gleichungslösungen in jedem Zeitschritt das gesamte Gleichungssystem gelöst wird, sind die oft großen FEM-Modelle hierfür ungeeignet. Es gibt zwei Möglichkeiten dieses Problem zu lösen. Die Erste ist die reduzierte Modellierung des auskonstruierten Wandlers. Solch ein reduziert modelliertes Modell (ROM)¹ kann beispielsweise durch die Reduktion der Dimension von 3-D auf 2-D bei der Modellierung erzeugt werden. Es kann das analytische Modell aus der Vorauslegung genutzt und erweitert werden oder ein neues vereinfachtes Modell in der Software für die Gesamtsystems simulation aufgebaut werden. Für den zweiten Lösungsweg wird auf das Finite-Elemente (FE)-Modell eine Modellreduktion angewendet. Das heißt, es wird ein Modell erstellt, dessen Systemmatrizen wesentlich kleiner sind, welches jedoch, abzüglich eines vernachlässigbaren Fehlers, dasselbe Ein- und Ausgangsverhalten wie das Originalmodell hat. Wenn die piezoelektrischen Wandler in dem FEM-Modell enthalten sind, muss bei der Auswahl des Modellreduktionsverfahrens beachtet werden, dass die Massenmatrix, gemäß Gl. (4.9), singulär ist. Die Nulleinträge der Massematrix erzeugen theoretisch unendlich hohe Eigenwerte, was bei vielen Eigenwert- und ODE-Lösern zu Problemen führt. Die Anwendung der etablierten modalen Reduktionsmethoden ist daher schwierig.

¹engl.: Reduced-Order Model

3.3.2. HiL-Simulation des Energy Harvesters

Für die HiL-Simulation muss gemäß Abbildung 3.3 ein echtzeitfähiges Modell des Energy Harvesters vorhanden sein. Das heißt, es wird ein Modell benötigt, bei dem Modell- und Echtzeit synchron laufen. Hierfür kann wieder ein ROM erstellt werden oder das MOR-Modell so angepasst werden, dass die Echtzeitforderung erfüllt ist. Das ist der Fall, wenn die Durchlaufzeiten² t_{ta} eines Zeitschritts der HiL-Simulation kleiner als deren Abtastintervall t_s ist, so dass der Echtzeitkoeffizient³

$$r_{RT} = \frac{t_s}{t_{ta}} \quad (3.1)$$

größer als eins wird. Die Durchlaufzeit wird als Kontrollgröße von der HiL-Simulationsumgebung ausgegeben. Sie hängt von der Modellgröße, dem Gleichungslöser und der verwendeten Hardware ab. Die Abtastzeit wird für Gleichungslöser mit fester Zeitschrittweite in Anlehnung an das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem bestimmt

$$t_s \leq \frac{1}{2f_{max}}, \quad (3.2)$$

wobei f_{max} die höchste im Modell enthaltene Frequenz ist. Aus diesem Modell wird Quellcode für das Echtzeitsystem, den HiL-Simulator, erstellt. Hierbei handelt es sich meistens um eine auf Echtzeitberechnungen optimierte Computerplattform mit Schnittstellen zum Messen und Steuern.

3.3.3. Labortest des Energy Harvesters

Für den Labortest muss der Energy Harvester, gemäß der vorgestellten methodischen Auslegung (vgl. Abbildung 3.2) gefertigt und montiert sein. Darauf folgt die Charakterisierung auf einem Prüfstand und der Test des EAS im Zusammenspiel mit den übrigen Komponenten. Für diesen Zweck muss ein Versuchsaufbau entwickelt werden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass das zu prüfende System Wechselwirkungen mit angrenzenden Teilsystemen hat. Werden starke Wechselwirkungen nicht berücksichtigt, dann können die im Versuch gemessenen Größen stark von denen des realen Einbauzustandes abweichen. Abhängig von der Größe der Wechselwirkungen und ihrem Einfluss auf die Messgröße der Charakterisierung ist zu entscheiden, welcher Teil der realen Umgebung im Versuchsaufbau nachzubilden ist. Dafür müssen umgebende Teilsysteme oder Ersatzstrukturen mit hinreichend ähnlichem statischen und dynamischen Verhalten in den Versuchsaufbau einbezogen werden. Ein repräsentatives Beispiel hierfür ist in der Arbeit von Kauba u. a. [76] dargestellt. Für die Entwicklung eines aktiven Schiffsmotorlagers wurde

²engl.: turnaround time

³engl.: real time factor

3. Methodische Auslegung energieautarker Sensoren

ein Teil der Schiffsstruktur in den Versuchsaufbau integriert. So konnte das dynamische Verhalten der Anbindungsstruktur bei den Experimenten berücksichtigt werden. Darüber hinaus können die Wechselwirkungen mit benachbarten Teilsystemen durch deren aktive Nachbildung berücksichtigt werden. Hierfür wird die mechanische Impedanz der Anbindungsstelle durch einen geeigneten Aktor emuliert [74]. Die Herausforderung bei dieser Vorgehensweise besteht darin das frequenzabhängige Verhältnis von Kraft und Geschwindigkeit an der Koppelstelle, gemäß einer Vorgabe, geregelt nachzufahren.

Unabhängig vom Maß der Wechselwirkung ist zu entscheiden wie die reale Anregung durch diskrete Aktoren nachgebildet werden kann. Dafür sind die Anbindungsstellen der Aktoren festzulegen und zu bestimmen, welches Aktorkonzept für den vorgesehenen Frequenz- und Amplitudenbereich geeignet ist. Die erste Aufgabe kann mit einer Steuerbarkeitsanalyse gelöst werden. Dafür muss der Rang der Steuerbarkeitsmatrix \mathbf{S}_s gemäß Gl. (2.12) bestimmt oder nachgewiesen werden, dass die Gramsche Steuerbarkeitsmatrix, gemäß Gl. (2.14), regulär ist. Die Lösung der zweiten Aufgabe erfolgt durch die Analyse der Datenblätter. Für elektrodynamische Schwingerreger kann aus dem Belastungsdiagramm ermittelt werden, in welchem Frequenzbereich sie welche Beschleunigungsamplituden erzeugen. Für andere Aktoren gibt es entsprechende Diagramme.

3.3.4. Feldtest des Energy Harvesters

Für den Feldtest muss der energieautarke Sensor seine Leistungsfähigkeit in der realen Umgebung beweisen. Hierfür wird das Gesamtsystem bestehend aus Energy Harvester, Energiespeicher und Sensorknoten am Zielort appliziert und seine Funktionsweise überwacht. Die größte Herausforderung bei dieser Aufgabe ist das Anbringen und Betreiben der Instrumente zur Überwachung, denn systembedingt befindet sich der EAS an einem schwer zugänglichem Ort ohne Stromversorgung mit möglicherweise rauen Umgebungsbedingungen. Im besten Fall kann dieselbe Konfiguration wie für die Betriebsmessung verwendet werden. Die Erfahrungen, welche bei der Durchführung der Betriebsmessung gewonnen wurden, können hier ebenfalls einfließen, um die Überwachung effizient durchzuführen. Sollten Sensoren und Datenerfassung zur Überwachung des Feldversuchs nicht einsetzbar sein, dann muss bereits bei der Auslegung des EAS eine Einheit zur Selbstüberwachung auf dem Sensor integriert werden. Diese könnte mit einer Batterie betrieben werden, deren Ladung für die Zeit der Überwachung ausreichend ist. Nach erfolgreich bestandenem Feldtest wird diese Einheit abgeschaltet.

Unabhängig von der Realisierung müssen bei der Überwachung verschiedene Größen gemessen und ausgewertet werden. Von primärem Interesse sind hierbei der Ladezustand des Energiespeichers und der Energieverbrauch des Sensorknotens. Der letztgenannte ist für die Messung, den Sendevorgang und das Energiemanagement [82] separat zu ermitteln. Anhand dieser Größen wird der Energiefluss durch den Sensor aufgezeichnet und kontrolliert, dass ausreichend Energie für die

3.3. Methodische Auslegung des Energy Harvesters

Subsysteme des Sensors verfügbar ist. Außerdem sollte eine mit der Umgebungsenergie korrelierte Größe beobachtet werden, da diese ein Maß für die Eingangsenergie ist. So kann überprüft werden, dass die Charakteristik der Anregung der der Betriebsmessung entspricht.

3.3.5. Übersicht der wesentlichen Modelle und Verfahren

Bei der Verwendung der in diesem Kapitel beschriebenen methodischen Auslegung für energieautarke Sensoren werden verschiedene numerische Modelle und experimentelle Verfahren zur Anwendung empfohlen. Das sind ein analytisches Modell für die Machbarkeitsstudie, ein Finite-Elemente-Modell für die Detailauslegung und ein echtzeitfähiges Modell für die HiL-Simulation. Es wird empfohlen das HiL-Modell mittels Modellreduktion aus dem FEM-Modell zu generieren. Die Modellbildung des Energy-Harvesting-Systems und die Methoden der Modellreduktion werden unter diesen Gesichtspunkten in den folgenden zwei Kapiteln diskutiert und Lösungsvorschläge präsentiert.

4. Modellierung der Energiewandlung im Energy-Harvesting-System

Piezoelektrische Wandlerwerkstoffe besitzen die Eigenschaft, dass sich an ihrer Oberfläche elektrische Ladungen sammeln, wenn eine mechanische Belastung aufgebracht wird. Dieses Verhalten wird als direkter piezoelektrischer oder sensorischer Effekt bezeichnet. Er wird durch eine Veränderung der elektrischen Polarisierung des Materials verursacht. Der Effekt ist auch umkehrbar, was bedeutet, dass beim Anlegen einer elektrischen Spannung eine mechanische Deformation hervorgerufen wird. Dieses Verhalten wird als inverser piezoelektrischer oder aktorischer Effekt bezeichnet. Der piezoelektrische Effekt basiert auf der elastischen Deformation und Orientierung elektrischer Dipole in der Kristallstruktur. Studiert wurde dieser Effekt erstmalig von Jaques und Piere Curie an Turmalin-Kristallen im Jahr 1888.

Die Analyse und Berechnung dieser Wechselwirkung ist entscheidend für die Effizienz der Energy-Harvesting-Systeme und wird daher nachfolgend beschrieben.

4.1. Konstitutives Modell

4.1.1. Lineares und nichtlineares Materialverhalten

Für die angestrebte Modellierung des dynamischen Verhaltens der Piezoelektrika ist es notwendig, zuerst das konstitutive Modell, welches das mechanische Verhalten solcher Werkstoffe in mathematischer Form beschreibt, zu betrachten. Der piezoelektrische Effekt basiert auf der Wechselwirkung der elektrischen Feldgrößen, elektrische Feldstärke \mathbf{E} und elektrische Flussdichte \mathbf{D} mit den mechanischen Größen, mechanische Spannung \mathbf{T} und Dehnung \mathbf{S} . Grundsätzlich stehen die genannten Feldgrößen in einem nichtlinearen Zusammenhang. Piezokeramiken gehören zu den Ferroelektrika, somit ist ihre Polarisation $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ hysteresebehaftet (vgl. Abbildung 4.1). Für den aktorischen Betrieb zeigen die elektrische Feldstärke und die Dehnung einen nichtlinearen Zusammenhang, dessen charakteristische Schmetterlingskurve in Abbildung 4.1 dargestellt ist. Für die Auslegung der Energy-Harvesting-Systeme, welche ihre Energie aus Vibrationen gewinnen, wird davon ausgegangen, dass die auftretenden Schwingungen kleine Dehnungsampli-

4. Modellierung der Energiewandlung im Energy-Harvesting-System

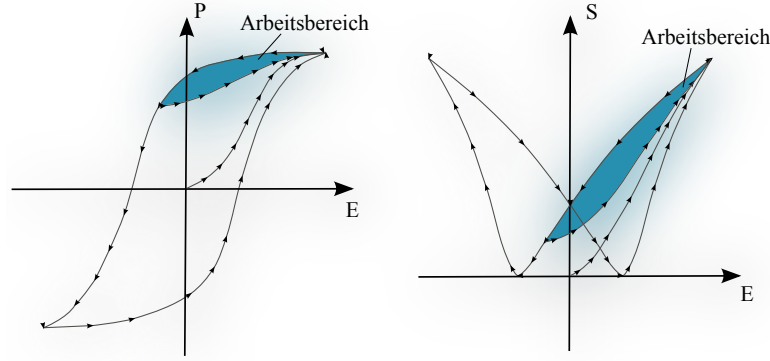


Abbildung 4.1.: Deformation eines Ferroelektrikums nach [72]

tuden verursachen. Somit sind nur geringe Feldstärken ($< 100 \text{ V/mm}$) zu erwarten. Dieser Bereich wird als Kleinsignalbetrieb [73, S. 141] bezeichnet. Er beschreibt die Region, in der ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen dem elektrischen Feld \mathbf{E} und der Polarisierung $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ besteht. Somit kann das Materialgesetz um den Arbeitspunkt linearisiert werden. Es wird durch zwei gekoppelte Gleichungen [1, 151]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^E & -\mathbf{e} \\ \mathbf{e}^T & \varepsilon^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^E & -\mathbf{d} \\ \mathbf{d}^T & \varepsilon^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

beschrieben. Hierin ist ε^S die dielektrische Matrix bei konstanter mechanischer Dehnung, \mathbf{c}^E die Elastizitätsmatrix bei konstantem elektrischen Feld und \mathbf{e} die Matrix der piezoelektrischen Spannungskonstanten. Die Variablen \mathbf{s}^E , \mathbf{d} und ε^T repräsentieren die Nachgiebigkeitsmatrix, die Matrix der piezoelektrischen Ladungskonstanten und die dielektrische Matrix bei konstanter mechanischer Spannung. Eine detaillierte Beschreibung der Konstanten kann im IEEE 176-1987 Standard [1] nachgelesen werden. Für die Matrizendarstellung der Tensoren des Materialgesetzes wird üblicherweise die Voigtsche Notation verwendet. Für kartesische Koordinaten (vgl. Abbildung 4.2) werden die drei Raumrichtungen x , y , z mit den Ziffern 1, 2, 3 bezeichnet, wobei die Achse 3 die Polarisationsrichtung ist. Die Drehachsen werden mit den Ziffern 4, 5, 6 gekennzeichnet. Gemäß Standard werden diese Ziffern als Indizes für die Materialkonstanten verwendet. Die piezoelektrische Ladungskonstante d_{31} ist der Faktor zwischen der Dehnung in x -Richtung und der Feldstärke in z -Richtung. Diese Indizierung wird analog für die anderen Konstanten angewendet [61]. Für piezoelektrische Keramiken mit

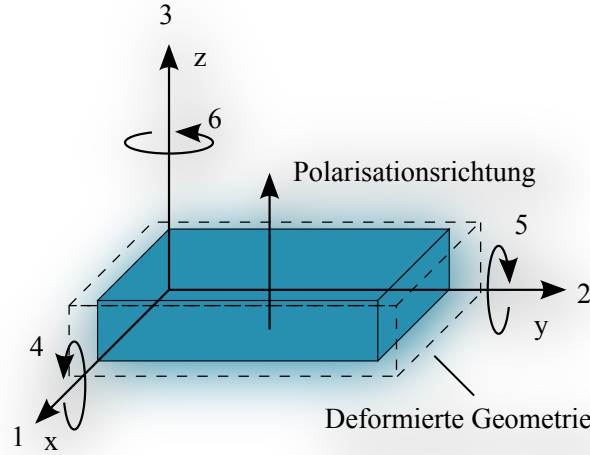


Abbildung 4.2.: Konvention der Koordinaten piezoelektrischer Werkstoffe

einer Polarisation in 3-Richtung haben die Matrizen die folgende Form

$$\mathbf{s}^E = \begin{bmatrix} s_{11}^E & s_{12}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{12}^E & s_{22}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ s_{13}^E & s_{23}^E & s_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(s_{11}^E - s_{12}^E) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\varepsilon^T = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11}^T & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^T \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Die in Abbildung 4.1 dargestellte Hysterese der piezoelektrischen Werkstoffe verdeutlicht, dass bei großen Amplituden der Zusammenhang zwischen Dehnung und elektrischem Feld nichtlinear ist, wodurch sich auch die Randbedingungen für das Energy Harvesting verändern. Dieser Effekt wird deutlich in dem Beitrag von Safi u. a. [130]. Die Autoren zeigen, dass der Wert des Widerstandes, bei dem die meiste Leistung generiert wird, für große Dehnungsamplituden sinkt. Dieser Effekt muss bei der Modellbildung berücksichtigt werden, wenn die Anwendungsplattform große Amplituden im piezoelektrischen Generator verursacht.

4.2. Finite-Element-Formulierungen

Eine der ersten Finite-Element-Formulierungen für piezoelektrische Materialien wird in einem Artikel von Allik und Hughes [5] hergeleitet. Der Ausgangspunkt für die Formulierung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen. Für ein Kontinuum auf welches elektrische und mechanische Kräfte einwirken ist die Dichte der virtuellen Arbeit

$$\delta W = \delta \mathbf{u}^T \mathbf{F} - \delta \phi \sigma. \quad (4.6)$$

Die Variablen \mathbf{u} , ϕ , \mathbf{F} , σ bezeichnen hierbei den Vektor der mechanischen Verschiebungen, das elektrische Potential, die äußere mechanische Volumenkraft beziehungsweise die Ladungsdichte. Das Symbol δ ist das Kennzeichen für eine virtuelle Größe. Wird Gl. (4.6) in das Hamiltonsche Prinzip eingesetzt nachdem der Dehnungs-Verschiebungs-Zusammenhang und das lineare Materialgesetz aus Gl. (4.1) eingearbeitet wurden, resultiert die Variationsformulierung [vgl. 5, Gl.(3)] in Matrixschreibweise. Durch die Diskretisierung mit FE

$$\mathbf{u} = \mathbf{f}_u \mathbf{u}_i \quad (4.7)$$

$$\phi = \mathbf{f}_\phi \phi_i, \quad (4.8)$$

wobei \mathbf{f}_u und \mathbf{f}_ϕ die Ansatzfunktionen der mechanischen Verschiebung bzw. des elektrischen Potentials sind, ergibt sich die Matrixgleichung der Finite-Elemente-Formulierung des gekoppelten Piezo-Struktur-Elements

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{e,uu} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{e,uu} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{D}_{e,\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{e,uu} & \mathbf{K}_{e,u\phi} \\ \mathbf{K}_{e,u\phi}^T & -\mathbf{K}_{e,\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_e \\ \mathbf{Q}_e \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Dabei bezeichnet $\mathbf{M}_{e,uu}$ die mechanische Elementmassenmatrix, $\mathbf{K}_{e,uu}$, $\mathbf{K}_{e,\phi\phi}$ und $\mathbf{K}_{e,u\phi}$ sind die mechanische, elektrische Steifigkeitsmatrix beziehungsweise die piezoelektrische Koppelmatrix des Elements. Die Dissipation wird durch die mechanische $\mathbf{D}_{e,uu}$ beziehungsweise die dielektrische Elementdämpfungsmatrix $\mathbf{D}_{e,\phi\phi}$ beschrieben. Der Vektor der Lasten setzt sich aus den elektrischen Ladungen \mathbf{Q}_e und den mechanischen Kräften \mathbf{F}_e zusammen. Die Elementmassenmatrix ist singulär und die Elementsteifigkeitsmatrix ist indefinit. Die Ursache für die numerischen Eigenschaften liegt in der Modellbildung. Da die Induktivität der Piezokeramik gering ist, wurde sie bei der Modellbildung vernachlässigt. Die in Gl. (4.9) präsentierte Elementformulierung wird häufig in kommerziellen FEM-Programmen, wie zum Beispiel ANSYS [111] verwendet. Darüber hinaus wurden in den späten achtziger und frühen neunziger Jahren weitere FEM-Formulierungen für Ultraschallwandler und aktive Strukturen¹ entwickelt. Ein umfassender Überblick zu den verfügbaren Elementformulierungen ist bei Benjeddou [18] dargestellt.

¹engl.: smart structures

4.3. Analytische Modellierung

Die häufigste Bauform eines Energy Harvesters ist ein Resonator aus einem Biegebalken mit applizierten piezoelektrischen Wandlern und Kopfmasse. Solche Strukturen sind gut durch analytische Modelle beschreibbar. Diese Modelle sind parametrierbar und recheneffizient, was nützlich bei der Vorauslegung und bei prinzipiellen Studien ist. Ein solches Modell wird im folgenden Kapitel hergeleitet.

4.3.1. Euler-Bernoulli-Balkenmodell

Schwingende Kontinua, wie zum Beispiel Platten, Schalen und Balken, werden durch unterschiedliche mechanische Theorien beschrieben. Schlanke Strukturen, bei denen die Länge deutlich größer ist als die Querschnittsabmessungen, können durch die Balkentheorie beschrieben werden. Ihre bekanntesten Vertreter sind die Euler-Bernoulli- und die Timoshenko-Balkentheorie. Für beide gelten die bernoullischen Annahmen, wonach die Balkenquerschnitte vor und nach der Deformation senkrecht zur jeweiligen Balkenachse stehen und die Querschnitte eben bleiben. Der Timoshenko-Balken ist eine Erweiterung der Euler-Bernoullischen Theorie

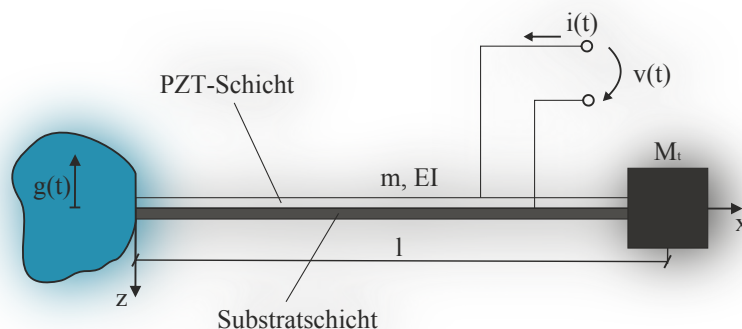


Abbildung 4.3.: Prinzipskizze des Balkens mit piezoelektrischer Schicht

um Schubverformungen, diese hat höhere Deformationen und geringere Eigenfrequenzen des Balkens zur Folge. Dennoch liefert das Euler-Bernoulli-Balken (EBB)-Modell befriedigende Ergebnisse für Bestimmung der Eigenfrequenzen, wenn das Verhältnis von Balkenlänge zu Wellenzahl l/k mehr als die fünffache Höhe des Balkens beträgt [58, S. 251]. Dieses sollte bei den betrachteten Systemen der Fall sein, so dass die Verwendung des Euler-Bernoulli-Balkenmodells zulässig ist.

Das betrachtete System ist der in Abbildung 4.3 dargestellte Verbund aus einer Substrat- und einer piezoelektrischen Schicht. Der Balken mit der Kopfmasse

4. Modellierung der Energiewandlung im Energy-Harvesting-System

M_t wird translatorisch durch die Funktion $g(t)$ am Fußpunkt erregt, da Energy-Harvesting-Systeme häufig auf schwingenden Maschinen oder Gebäuden installiert sind. Der Harvester kann über die Elektroden an eine elektronische Schaltung angeschlossen werden. Die Spannung $v(t)$ und der Strom $i(t)$ stellen sich gemäß der Beschaltung ein. Eine Lösung für die Aufgabenstellung wurde in den Veröffentlichungen von [41, 42] vorgeschlagen. Das für diese Arbeit daraus entwickelte Modell soll im Folgenden vorgestellt und diskutiert werden.

Die Bewegungsgleichung der Durchbiegung $w(x, t)$ hat, gemäß der Euler-Bernoulli-Balkentheorie [42, 58] die Form der partiellen Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 M(x, t)}{\partial x^2} + c_s I \frac{\partial^5 w(x, t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (4.10)$$

Die dissipierte mechanische Energie berücksichtigt das Modell durch die viskose und die dehnratenabhängige (Kelvin-Voigt) Dämpfung, welche durch die Dämpfungskonstanten c_a beziehungsweise c_s repräsentiert werden. Für die Analyse des Systems empfiehlt sich die Einführung der Relativkoordinate

$$w_{rel}(x, t) = w(x, t) - w_b(x, t) \quad (4.11)$$

mit der Stützerregung $w_b(x, t) = g(t) + xh(t)$. Diese ist eine zeitabhängige Funktion aus einer kleinen Translation und Rotation, $g(t)$ bzw. $h(t)$. Nach dem Einsetzen in die Bewegungsgleichung Gl. (4.10) resultiert

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 M(x, t)}{\partial x^2} + c_s I \frac{\partial^5 w_{rel}(x, t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial w_{rel}(x, t)}{\partial t} + \rho A \frac{\partial^2 w_{rel}(x, t)}{\partial t^2} \\ & = -\rho A \frac{\partial^2 w_b(x, t)}{\partial t^2} - c_a \frac{\partial w_b(x, t)}{\partial t}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Von der Stützerregung wird in dieser Arbeit nur der translatorische Anteil $w_b(0, t) = g(t)$ berücksichtigt, da aufgrund der Einspannung des Balkens der rotatorische Anteil vernachlässigbar ist. Das Biegemoment $M(x, t)$ für Verbünde wird ermittelt, indem die Spannungsverteilung über den Querschnitt integriert wird. Der Zusammenhang von Spannung und Dehnung wird durch das lineare Materialgesetz der Piezoelektrika beschrieben, welches in Abschnitt 4.1.1 eingeführt wurde. Für die PZT- und die Substratschicht hat es die folgende Form

$$T_1^s = E_s S_1^s \quad (4.13)$$

$$T_1^p = E_p (S_1^p - d_{31} E_3). \quad (4.14)$$

Gleichung (4.13) ist das Hookesche Gesetz und Gl. (4.14) entspricht der Gleichung $S_1 = s_{11}^E T_1 - d_{31} E_3$ des Materialgesetzes Gl. (4.2). Hierbei wurde berücksichtigt, dass der Elastizitätsmodul E_p der Kehrwert der Elastizitätskonstanten s_{11}^E ist. Die Indizes s und p kennzeichnen die Parameter der Substratschicht beziehungsweise die des PZT-Wandlers. Das Biegemoment kann demzufolge als

$$M(x, t) = - \int_{h_a}^{h_b} T_1^s b z dz - \int_{h_b}^{h_c} T_1^p b z dz \quad (4.15)$$

4.3. Analytische Modellierung

geschrieben werden. Die Breite des Balkens wird mit b bezeichnet. Die Maße h_a , h_b , h_c sind die Position der Unterkante der Substratschicht, die Position der Unterkante beziehungsweise der Oberkante der PZT-Schicht. Sie sind in Abbildung 4.4 dargestellt. Durch den zweilagigen Aufbau des Balkens befindet sich die

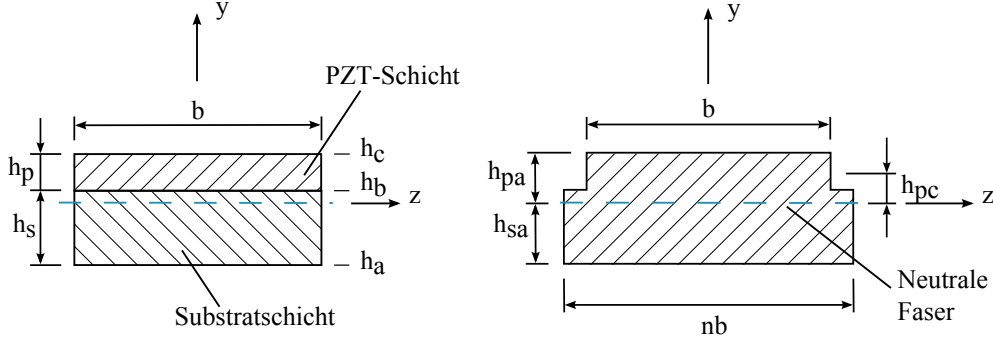


Abbildung 4.4.: Querschnitt des Energy Harvesters und des angepassten Balkens

neutrale Faser, die Schicht deren Länge ein Biegevorgang nicht verändert, außerhalb der geometrischen Mitte des Verbundes. Die daraus resultierenden neuen Abstände werden durch die Formeln [41]

$$\begin{aligned} h_{pa} &= \frac{h_p^2 + 2nh_ph_s + nh_s^2}{2(h_p + nh_s)} \\ h_{sa} &= \frac{h_p^2 + 2h_ph_s + nh_s^2}{2(h_p + nh_s)} \\ h_{pc} &= \frac{nh_s(h_p + h_s)}{2(h_p + nh_s)} \end{aligned} \quad (4.16)$$

berechnet, wobei $n = \frac{E_s}{E_p}$ das Verhältnis der Elastizitätsmoduln repräsentiert. Die Maße h_{pa} , h_{sa} , h_{pc} sind die Abstände der Oberfläche des piezoelektrischen Wandlers, der Unterkante der Substratschicht bzw. der Mitte des PZT-Wandlers zu der neutralen Faser. Aus dem Einsetzen der Gl. (4.13) und Gl. (4.14) in Gl. (4.15) und der Relation $S = \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} z$ aus der Balkentheorie folgt

$$\begin{aligned} M(x,t) &= \int_{h_a}^{h_b} E_s b \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} z^2 dz + \int_{h_b}^{h_c} E_p b \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} z^2 dz \\ &\quad - \int_{h_b}^{h_c} v(t) E_p b \frac{d_{31}}{h_p} z dz. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Außerdem wird das elektrische Feld in der Piezokeramik durch die elektrische Spannung $v(t)$ ersetzt, welche über die Dicke h_p des Wandlers abfällt

$$E_3(t) = -v(t)/h_p. \quad (4.18)$$

4. Modellierung der Energiewandlung im Energy-Harvesting-System

Nach dem Lösen der Integrale ergibt sich die zusammengefasste Form

$$M(x, t) = \overline{EI} \frac{\partial^2 w_{rel}(x, t)}{\partial x^2} + \vartheta v(t) \quad (4.19)$$

der Gl. (4.17), wobei \overline{EI} die Biegesteifigkeit des Verbundes durch

$$\overline{EI} = b \left[\frac{E_s(h_b^3 - h_a^3) + E_p(h_c^3 - h_b^3)}{3} \right] \quad (4.20)$$

und der elektromechanische Moment-Spannungs-Kopplungsterm ϑ durch

$$\vartheta = -\frac{E_p d_{31} b}{2h_p} (h_c^2 - h_b^2) = -E_p d_{31} b h_{pc} \quad (4.21)$$

beschrieben werden. In Entsprechung zu der Biegesteifigkeit des Verbunds ist eine Verbundsdichte $\bar{\rho}$ zu bestimmen. In Rahmen diese Arbeit wird eine volumenproportional aufgeteilte Dichte

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_s}{1 + \frac{1}{r_V}} + \frac{\rho_p}{1 + r_V}, \quad (4.22)$$

mit dem Volumenverhältnis $r_V = \frac{h_s}{h_p}$ verwendet. Im Allgemeinen ist es nicht sinnvoll den gesamten Balken mit Piezokeramik zu bedecken [75]. Der piezoelektrische Wandler wird in diesen Fällen einen bestimmten Bereich $x_1 \leq x \leq x_2$ überdecken. Dieses wird berücksichtigt indem der zweite Term von Gl. (4.19) mit der Differenz $H(x - x_1) - H(x - x_2)$ von zwei Heaviside-Funktionen, deren Ableitung die Dirac-Funktion $\delta(x)$ ist, multipliziert wird

$$M(x, t) = \overline{EI} \frac{\partial^2 w_{rel}(x, t)}{\partial x^2} + \vartheta v(t) [H(x - x_1) - H(x - x_2)]. \quad (4.23)$$

Durch das Einsetzen dieser Gleichung in Gl. (4.12) ergibt sich die mechanische Bewegungsdifferentialgleichung mit elektrischer Kopplung

$$\begin{aligned} \overline{EI} \frac{\partial^4 w_{rel}(x, t)}{\partial x^4} + c_s I \frac{\partial^5 w_{rel}(x, t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial w_{rel}(x, t)}{\partial t} + \bar{\rho} A \frac{\partial^2 w_{rel}(x, t)}{\partial t^2} \\ + \vartheta v(t) \left[\frac{d\delta(x - x_1)}{dx} - \frac{d\delta(x - x_2)}{dx} \right] \\ = -\bar{\rho} A \frac{\partial^2 w_b(x, t)}{\partial t^2} - c_a \frac{\partial w_b(x, t)}{\partial t}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Nachdem durch die Gl. (4.24) der aktuatorische Effekt der PZT-Schicht berücksichtigt wurde, muss noch der sensorische Effekt modelliert werden, um die elektromechanische Wechselwirkung zu beschreiben. Ausgangspunkt hierfür ist die Gleichung

$$D_3 = d_{31} T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3. \quad (4.25)$$

4.3. Analytische Modellierung

des Materialgesetzes Gl. (4.2). In dieser Gleichung wird die Spannung T_1 , gemäß des Hookschen Gesetzes, durch den E-Modul und die Dehnung $S_1(x, t)$ auf der Mittellinie des PZT-Wandlers ersetzt. Die Dehnung kann äquivalent durch den Biegewinkel und den Abstand h_{pc} (vgl. Gl. (4.16)) dieser Mittellinie zur neutralen Faser beschrieben werden

$$S_1(x, t) = -h_{pc} \frac{\partial^2 w_{rel}(x, t)}{\partial x^2}. \quad (4.26)$$

Die Permittivität bei konstanter Spannung wird durch jene bei konstanter Dehnung [1]

$$\varepsilon_{33}^S = \varepsilon_{33}^T - d_{31}^2 E_p \quad (4.27)$$

ersetzt. Wird abschließend noch das elektrische Feld gemäß Gl. (4.18) in Gl. (4.25) eingesetzt, folgt daraus die Gleichung

$$D_3(x, t) = -d_{31} E_p h_{pc} \frac{\partial^2 w_{rel}(x, t)}{\partial x^2} - \varepsilon_{33}^S \frac{v(t)}{h_p}. \quad (4.28)$$

Die Ladungen $q(t)$, welche von dem PZT-Wandler generiert werden und sich auf den Elektroden sammeln, können durch die Integration der Normalkomponente $D_3(x, t)$ der dielektrischen Verschiebung \mathbf{D} über der Elektrodenfläche $dA = b dx$ bestimmt werden [21]

$$q(t) = \int_A \mathbf{D} \cdot \mathbf{n} dA = \int_{x_1}^{x_2} D_3(x, t) b dx, \quad (4.29)$$

wobei \mathbf{n} der Normalenvektor der Elektroden ist. Wird Gl. (4.28) in die letzte Gleichung eingesetzt, ergibt sich die Gleichung

$$\begin{aligned} q(t) &= - \int_{x_1}^{x_2} \left[d_{31} b E_p h_{pc} \frac{\partial^2 w_{rel}(x, t)}{\partial x^2} + b \varepsilon_{33}^S \frac{v(t)}{h_p} \right] dx \\ &= - \int_{x_1}^{x_2} \left[d_{31} b E_p h_{pc} \frac{\partial^2 w_{rel}(x, t)}{\partial x^2} \right] dx - b l_p \varepsilon_{33}^S \frac{v(t)}{h_p}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Durch die Integration des zweiten Terms, vereinfacht sich dieser, wenn die Länge des PZT-Wandlers wie folgt definiert wird $l_p = x_2 - x_1$. Der generierte elektrische Strom ergibt sich durch die Ableitung der Ladung nach der Zeit

$$\begin{aligned} i(t) &= \frac{dq(t)}{dt} = - \int_{x_1}^{x_2} \left[d_{31} b E_p h_{pc} \frac{\partial^3 w_{rel}(x, t)}{\partial x^2 \partial t} \right] dx - \varepsilon_{33}^S \frac{b l_p}{h_p} \frac{dv(t)}{dt} \\ &= \int_{x_1}^{x_2} \left[\vartheta \frac{\partial^3 w_{rel}(x, t)}{\partial x^2 \partial t} \right] dx - \varepsilon_{33}^S \frac{b l_p}{h_p} \frac{dv(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Der erzeugte Strom hat zwei Komponenten. Die erste wird durch die Vibration des Balkens erzeugt, und die zweite resultiert aus der elektrischen Beschaltung

4. Modellierung der Energiewandlung im Energy-Harvesting-System

des piezoelektrischen Wandlers. PZT-Wandler werden elektrotechnisch häufig als Kondensatoren beschrieben. Diese Beschreibung wird durch Gl. (4.31) bestätigt, da

$$C_p = \varepsilon_{33}^S \frac{bl_p}{h_p} \quad (4.32)$$

der Kapazität eines Plattenkondensators entspricht. Für Widerstände gilt das Ohmsche Gesetz $v(t) = Ri(t)$. Wird der piezoelektrische Wandler mit einem Widerstand R beschaltet, resultiert aus Gl. (4.31) der Ausdruck

$$v(t) = R \left[\int_{x_1}^{x_2} \vartheta \frac{\partial^3 w_{rel}(x, t)}{\partial x^2 \partial t} dx - C_p \frac{dv(t)}{dt} \right]. \quad (4.33)$$

Alternativ kann Gl. (4.33) als Differentialgleichung (DGL) von $v(t)$ dargestellt werden

$$C_p \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} = \int_{x_1}^{x_2} \vartheta \frac{\partial^3 w_{rel}(x, t)}{\partial x^2 \partial t} dx. \quad (4.34)$$

Durch die Differentialgleichungen Gl. (4.24) und Gl. (4.34) ist die Wechselwirkung der mechanischen Verschiebung $w_{rel}(x, t)$ und der elektrischen Spannung $v(t)$ hinreichend beschrieben. Diese Gleichungen können auf verschiedene Arten numerisch oder analytisch gelöst werden. Im folgenden soll eine analytische Lösung vorgestellt werden.

Für diese Lösung wird die Relativkoordinate mittels modaler Entwicklung als eine Reihe ihrer Eigenfunktionen dargestellt

$$w_{rel}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} W_i(x) \cdot T_i^*(t). \quad (4.35)$$

Hierbei sind $T_i^*(t)$ die modalen Koordinaten und $W_i(x)$ die massennormierten Eigenfunktionen. Letztere werden durch die Lösung der homogenen DGL von Gl. (4.12) bestimmt, deren allgemeine Lösung lautet

$$W(x) = C_1 \cos(\kappa x) + C_2 \sin(\kappa x) + C_3 \cosh(\kappa x) + C_4 \sinh(\kappa x). \quad (4.36)$$

Aus dem Einsetzen der Randbedingungen

$$w_{rel}(0, t) = W(0) = 0 \quad (i)$$

$$w_{rel}(0, t) = W'(0) = 0 \quad (ii)$$

$$w_{rel}(l, t) = W''(l) = 0 \quad (iii)$$

$$w_{rel}(l, t) = W'''(l) = 0 \quad (iv)$$

resultieren vier homogene Gleichungen für die Koeffizienten C_i , die nur eine nicht-triviale Lösung [98, S. 230] hat, wenn die Determinante der Koeffizientenmatrix Null wird

$$1 + \cos(\kappa l) \cosh(\kappa l) + \aleph(\cos(\kappa l) \sinh(\kappa l) - \sin(\kappa l) \cosh(\kappa l)) = 0. \quad (4.37)$$

4.3. Analytische Modellierung

Diese Gleichung, mit $\aleph := \frac{M_t \kappa}{\rho A}$, entspricht für $M_t = 0$ der charakteristischen Gleichung des Biegebalkens ohne Kopfmasse. Sie hat unendlich viele Lösungen $\epsilon_i := \kappa_i l$ in Abhängigkeit von M_t . Die Angabe der Lösung der Gl. (4.37) ist in geschlossener Form nicht möglich und muss folglich numerisch bestimmt werden, so dass sich die Eigenkreisfrequenz ω_i wie folgt ergibt

$$\omega_i = \frac{\epsilon_i^2}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}. \quad (4.38)$$

Die i -te Eigenfunktionen kann gemäß

$$W_i(x) = \cos\left(\frac{\epsilon_i}{l}x\right) - \cosh\left(\frac{\epsilon_i}{l}x\right) + \alpha_i\left(\sin\left(\frac{\epsilon_i}{l}x\right) - \sinh\left(\frac{\epsilon_i}{l}x\right)\right) \quad (4.39)$$

bestimmt werden, wobei $\alpha_i = \frac{\sin(\epsilon_i) - \sinh(\epsilon_i)}{\cos(\epsilon_i) + \cosh(\epsilon_i)}$ eine Funktion von ϵ_i ist. Nach der Bestimmung der Eigenfunktionen kann die modale Entwicklung in die Gl. (4.24) und Gl. (4.34) eingesetzt werden, so dass Differentialgleichungen, aufgrund der Orthogonalität der $W_i(t)$, entkoppelt werden. Nach der Entkopplung hat die DGL die Form

$$\frac{d^2 T_i^*(t)}{dt^2} + 2\xi_i \omega_i \frac{dT_i^*(t)}{dt} + \omega_i^2 T_i^*(t) + \chi_i v(t) = N_i(t) \quad (4.40)$$

mit $\chi_i = \vartheta\left[\frac{dW_i(x_2)}{dx} - \frac{dW_i(x_1)}{dx}\right]$ und der Anregungsfunktion

$$N_i(t) = N_i^m(t) + N_i^c(t) \quad (4.41)$$

$$N_i^m(t) = -\rho A \int_0^l W_i(x) dx \frac{d^2 g(t)}{dt^2} \quad (4.42)$$

$$N_i^c(t) = -c_a \int_0^l W_i(x) dx \frac{dg(t)}{dt}. \quad (4.43)$$

Die Dämpfung ξ_i wird formal wie das Lehrsche Dämpfungsmaß dargestellt, welches sich aus den Koeffizienten c_s und c_a wie folgt berechnet

$$\xi_i = \frac{c_s I \omega_i}{2YI} + \frac{c_a}{2\rho A \omega_i}. \quad (4.44)$$

Dieser Vorgang der Entkopplung, welcher die Gl. (4.40) erzeugt, ist nicht trivial. Eine detaillierte Darstellung hierzu kann in der Arbeit von Beck [13] nachvollzogen werden.

Für die weiteren Betrachtungen wird die gebräuchliche Annahme getroffen, dass die Stützerregung eine harmonische Funktion $g(t) = Y_0 e^{j\Omega t}$ mit der Erregerfrequenz Ω ist. Die imaginäre Einheit wird mit j gekennzeichnet. Außerdem soll gelten $h(t) \equiv 0$, da die Hauptanregung an Güterwagen translatorisch ist. Aus dem Materialgesetz der Piezoelektrika folgt, dass die Spannung ebenfalls die Form $v(t) = V_0 e^{j\Omega t}$ hat. Das umgebende Medium des Schwingers soll Luft sein, so dass

4. Modellierung der Energiewandlung im Energy-Harvesting-System

$c_a \equiv 0$ ist. Somit kann eine geschlossene Lösung angegeben werden. Die Anregungsfunktion hat, mit α_i und ϵ_i aus Gl. (4.39), die explizite Form

$$N_i(t) = \sqrt{\rho A l} \frac{2\alpha_i}{\epsilon_i} \Omega^2 Y_0 e^{j\Omega t}. \quad (4.45)$$

Werden die letzte Gleichung und der harmonische Ansatz in Gl. (4.40) eingesetzt und $\theta_i = \sqrt{\rho A l} \frac{2\alpha_i}{\epsilon_i} \Omega^2 Y_0$ definiert, dann lautet die Lösung der modalen Koordinate

$$T_i^*(t) = \frac{\theta_i - \chi_i V_0}{-\Omega^2 + 2\xi_i \omega_i j\Omega + \omega_i^2} e^{j\Omega t}. \quad (4.46)$$

Diese Lösung hängt von der komplexen Amplitude der Spannung V_0 ab, welche durch das Einsetzen des harmonischen Ansatzes von $v(t)$ in Gl. (4.34) bestimmt werden kann

$$\frac{1 + j\Omega R C_p}{R C_p} V_0 e^{j\Omega t} = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i^* \frac{dT_i^*(t)}{dt}, \quad (4.47)$$

mit $\varphi_i^* = -\frac{E_p d_{31} h_{pc} h_p}{\epsilon_{33}^S l_p} \left[\frac{dW_i(x_2)}{dx} - \frac{dW_i(x_1)}{dx} \right]$. Bei näherer Betrachtung fällt auf, dass gilt $\varphi_i^* = \frac{\chi_i}{C_p}$. Dieser Zusammenhang folgt direkt aus der Reziprozität des piezoelektrischen Effekts. Nach dem Ersetzen von $T_i^*(t)$ aus Gl. (4.46) in Gl. (4.47) und entsprechenden Umformungen folgt die Gleichung für die komplexe Spannungsamplitude

$$V_0 = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varphi_i^* j\Omega \theta_i}{-\Omega^2 + 2\xi_i \omega_i j\Omega + \omega_i^2}}{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varphi_i^* j\Omega \chi_i}{-\Omega^2 + 2\xi_i \omega_i j\Omega + \omega_i^2} + \frac{1 + j\Omega R C_p}{R C_p}}. \quad (4.48)$$

Die Größen Strom und Leistung können hieraus, durch das Einsetzen des Ohmschen Gesetzes, bestimmt werden

$$i(t) = \frac{V_0}{R} e^{j\Omega t}, \quad (4.49)$$

$$P(t) = \frac{V_0^2}{R} e^{j\Omega t}. \quad (4.50)$$

Durch diese explizite Formel für die Spannungsamplitude ist es möglich, die Lösungen für die Relativkoordinate wie folgt anzugeben

$$w_{rel}(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{W_i(x)(\theta_i - \chi_i V_0)}{-\Omega^2 + 2\xi_i \omega_i j\Omega + \omega_i^2} e^{j\Omega t}. \quad (4.51)$$

Mit Gl. (4.48), Gl. (4.51) und Gl. (4.40) des vorgestellten Euler-Bernoulli-Balkenmodells stehen Formeln zur Analyse eines Energy Harvesters im Frequenz- bzw. Zeitbereich zur Verfügung. Insbesondere Gl. (4.48) ist relevant für die Abschätzung der generierten Energie in dieser Arbeit, daher wird sie im folgenden Abschnitt verifiziert.

4.3.2. Verifikation des Balkenmodells

Für die Verifikation des EBB-Modells wurde ein FEM-Modell, welches in Abbildung 4.5 zu sehen ist, mit ANSYS erstellt. Die Substratschicht des Balkens ist mit SOLID186-Elementen diskretisiert und der piezoelektrische Wandler wird durch SOLID226-Elemente beschrieben. Bei der Modellierung wurden die spezifischen

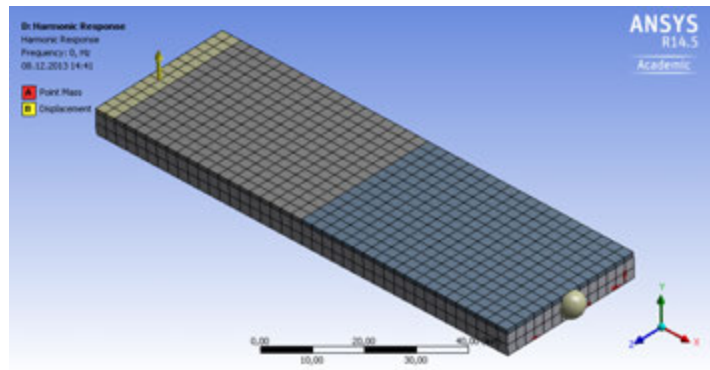


Abbildung 4.5.: Finite-Elemente-Modell des Verifikationsbeispiels

Beschreibung	Größe
Länge der Substratschicht l_s	110 mm
Länge der PZT-Schicht l_p	5 mm
Breite der Substratschicht b	35 mm
Dicke der Substratschicht h_s	5 mm
Dicke der PZT-Schicht h_p	1 mm
Kopfmasse M_t	0,25 kg
E-Modul der Substratschicht E_s	$575 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$
E-Modul der PZT-Schicht E_p	$618,43 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$
Dichte der Substratschicht ρ_s	1500 kg/m^3
Dichte der PZT-Schicht ρ_p	7760 kg/m^3
piezoelektrische Ladungskonstante d_{31}	$-1,54 \cdot 10^{-10} \text{ m/V}$
Permittivität ϵ_{33}^S	$6,021 \cdot 10^{-9} \text{ F/m}$

Tabelle 4.1.: Parameter des Verifikationsbeispiels

Eigenschaften des Balkenmodells berücksichtigt. Folglich ist der gesamte Balken mit keramischem Material belegt, so dass die mechanischen Eigenschaften der PZT-Schicht auf der gesamten Oberfläche wirken. Dem grauen mittleren Bereich wurden die Eigenschaften des piezoelektrischen Materials PIC 255 der PI Ceramic GmbH² zugewiesen. Dessen Materialparameter und die Dimensionen des Balkens sind in Tabelle 4.1 aufgelistet. Die Kopfmasse M_t wird in dem Modell durch ein

²<http://www.piceramic.de/deutsch/site/piezo.html>, [Online; Stand 23. Januar 2014]

4. Modellierung der Energiewandlung im Energy-Harvesting-System

MASS21-Punktmassenelement am Balkenende repräsentiert. Das andere Ende des Balkens wird mittels einer konstanten Wegamplitude, welche durch den gelben Pfeil gekennzeichnet ist, im Frequenzbereich 0 – 2500 Hz angeregt. Für die Analyse wird der piezoelektrische Wandler mit drei unterschiedlichen Abschlusswiderständen beschaltet. Der größte Widerstand mit 1 MOhm entspricht näherungsweise einem Wandler mit offenen Elektroden. Die beiden anderen Widerstände mit 0,1 und 10 kOhm stellen elektrische Lasten unterschiedlicher Größenordnung dar. Die von dem Wandler generierte Spannung ist in Abbildung 4.6 dargestellt. Es

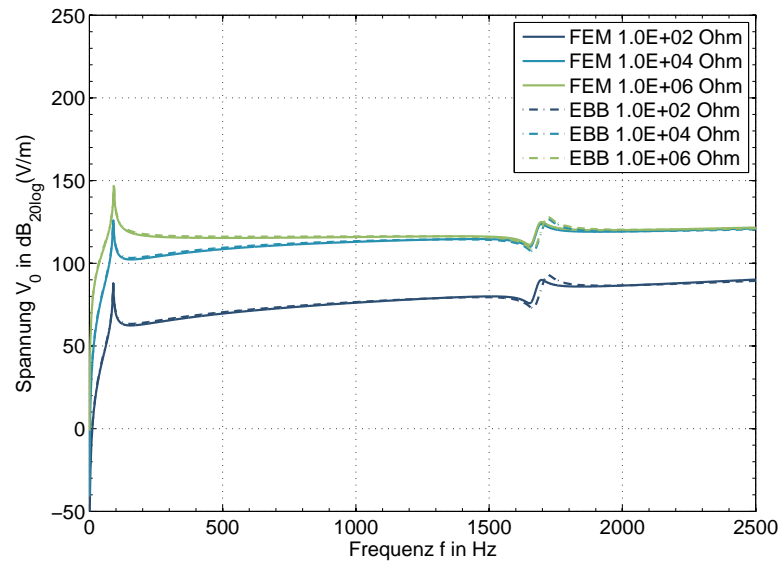


Abbildung 4.6.: Spannungsabfall am Abschlusswiderstand

ist zu erkennen, dass das Niveau der Übertragungsfunktion aufgrund des Ohmschen Gesetzes mit zunehmendem Widerstand steigt. Der generierte Strom ist aufgrund der vorgegebenen Weganregung konstant. In diesem Schaubild ist eine gute Übereinstimmung zwischen dem EBB- und dem FEM-Modell zu erkennen. Ein charakteristischer Effekt der piezoelektrischen Wandler wird durch beide Modelle korrekt beschrieben. Die erste Biegeeigenfrequenz steigt mit der Größe des Widerstandes an. Der Wandler mit offenen Elektroden ist steifer als der mit kurzgeschlossenen Elektroden, da die elektrischen Ladungen nicht abfließen und damit einen zusätzlichen Beitrag zu der Nachgiebigkeitsmatrix \mathbf{s}^E leisten [84, S. 14]. Die Lage der zweiten Eigenfrequenz weicht erwartungsgemäß zwischen dem EBB-Modell und dem FEM-Modell ab. Dieser Effekt ist dem EBB-Modell inhärent. Er wird durch die Vernachlässigung der Schubverformungen hervorgerufen und könnte durch die Verwendung des Timoshenko-Balken-Modells abgestellt werden. Für die Beschreibung eines Energy Harvesters, welcher hauptsächlich in seiner ersten Eigenfrequenz betrieben wird, ist die Modellgüte sehr zufriedenstellend.

Somit kann das analytische Modell verwendet werden, um Abschätzungen der generierbaren Energie im Rahmen von Machbarkeitsstudien durchzuführen.

4.3.3. Einmassenschwingermodell

Für die Erlangung eines grundsätzlichen Verständnisses der Energiewandlungsvorgänge in Energy-Harvesting-Systemen ist es zweckmäßig, sich diese an einem vereinfachten analytischen Modell zu veranschaulichen.

Zu diesem Zweck wird eine schwingende mechanische Struktur mit applizierten piezoelektrischen Wandlern betrachtet. Es sei angenommen, dass die modale

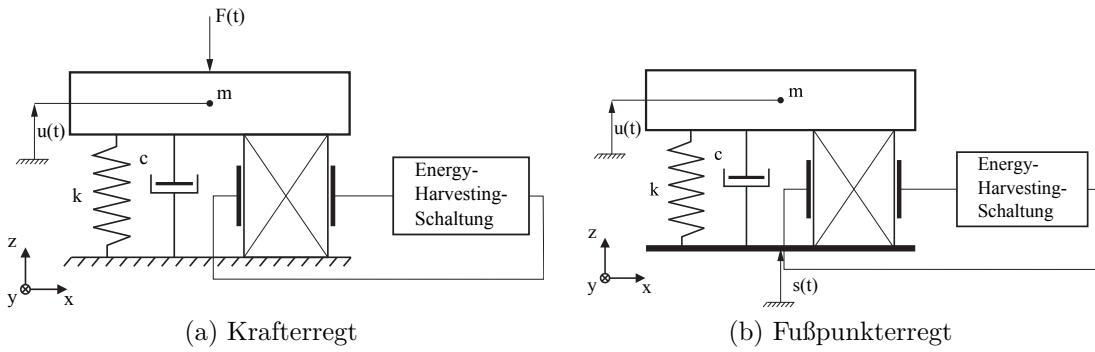


Abbildung 4.7.: Einmassenschwinger-Modell des Energy Harvesters

Dichte dieser Struktur hinreichend klein ist, so dass alle Moden gut unterscheidbar sind und sich gegenseitig wenig beeinflussen. Eine solche Struktur, die in der Nähe einer ihrer Resonanzen schwingt, und deren Auslenkung klein ist, so dass die Bewegung linear bleibt, kann als Feder-Masse-Dämpfer-Piezowandler-System beschrieben werden. Eine Skizze dieses Systems ist in Abbildung 4.7a dargestellt. Es wird durch Differentialgleichungen 1. und 2. Ordnung beschrieben [34]

$$m\ddot{u}(t) + b\dot{u}(t) + ku(t) + \Theta v(t) = F(t) \quad (4.52)$$

$$-\Theta\dot{u}(t) + C_p\dot{v}(t) = -i(t). \quad (4.53)$$

In diesen Gleichungen ist $u(t)$ die mechanische Verschiebung der Masse m , b die Dämpfungskonstante, k die Gesamtsteifigkeit, $i(t)$ der elektrische Strom, $v(t)$ die Ausgangsspannung, C_p die Kapazität des PZT-Wandlers, $F(t)$ die Erregerkraft, Θ der effektive piezoelektrische Kopplungskoeffizient. Die Konstanten m , k , C_p und Θ sind abhängig von der Geometrie und den gewählten Materialien des piezoelektrischen Wandlers und der mechanischen Struktur. Wird ein Energy Harvester auf einem vibrierenden Untergrund aufgestellt, muss eine Fußpunkterregung, wie in Abbildung 4.7b dargestellt, betrachtet werden. Die beschreibenden Gleichungen Gl. (4.52) und Gl. (4.53) werden folgendermaßen modifiziert

$$m\ddot{u}_{rel}(t) + b\dot{u}_{rel}(t) + ku_{rel}(t) + \Theta v(t) = -m\ddot{s}(t) \quad (4.54)$$

$$-\Theta\dot{u}_{rel}(t) + C_p\dot{v}(t) = -i(t). \quad (4.55)$$

4. Modellierung der Energiewandlung im Energy-Harvesting-System

Durch die Substitution der Differenzverschiebung $u_{rel}(t) = u(t) - s(t)$ der Masse m und des Fußpunktes können diese Gleichungen analog zu Gl. (4.52) und Gl. (4.53) dargestellt werden. Die rechte Seite der Gleichung wird zu $-m\ddot{s}(t)$, das entspricht der Trägheitskraft der Masse, hervorgerufen durch die Beschleunigung des Fußpunktes. Die diskreten Parameter des Modells aus Gl. (4.54) und Gl. (4.55) können mit dem Euler-Bernoulli-Balkenmodell durch einen Koeffizientenvergleich aus den Gl. (4.34) und Gl. (4.40) bestimmt werden. Dabei ist zu beachten, dass ein Korrekturfaktor [42] eingeführt werden muss, um die Effekte höherer Moden zu berücksichtigen.

Die Energiegleichung des Systems ergibt sich, wenn Gl. (4.52) mit der Geschwindigkeit $\dot{u}(t)$ und Gl. (4.53) mit der Spannung $v(t)$ multipliziert wird. Die Integration beider Gleichungen über die Zeit liefert die Darstellung der Energiewandlung im System

$$\frac{1}{2}m\dot{u}^2(t) + b \int \dot{u}^2(t)dt + \frac{1}{2}ku^2(t) + \Theta \int v(t)\dot{u}(t)dt = \int F(t)\dot{u}(t)dt \quad (4.56)$$

$$\Theta \int v(t)\dot{u}(t)dt - \frac{1}{2}C_p v^2(t) = \int v(t)i(t)dt, \quad (4.57)$$

mit $\int F(t)\dot{u}(t)dt$ der verfügbaren Umgebungsenergie sowie den zwei Ausdrücken $\frac{1}{2}m\dot{u}^2(t)$ und $\frac{1}{2}ku^2(t)$ für die kinetische bzw. potentielle Energie. Die Energieumwandlung infolge mechanischer Dämpfung wird durch den Term $b \int \dot{u}^2(t)dt$ beschrieben. Der Ausdruck $\int v(t)i(t)dt$ repräsentiert die Energie, welche mit der angeschlossenen Schaltung ausgetauscht wird. Diese ist die Summe der Energie $\frac{1}{2}C_p v^2(t)$, welche im piezoelektrischen Wandler gespeichert ist, und der übertragenen Energie $\Theta \int v(t)\dot{u}(t)dt$. Die Energiebilanz ergibt sich, wenn die Anteile der konservativen Energien aus Gl. (4.56) und Gl. (4.57) entnommen werden. Nach dem gegenseitigen Einsetzen beider Gleichungen ist zu erkennen, dass die Umgebungsenergie entweder im Dämpfer in Wärme umgewandelt wird oder den angeschlossenen Energy-Harvesting-Schaltkreis versorgt

$$b \int \dot{u}^2(t)dt + \int v(t)i(t)dt = \int F(t)\dot{u}(t)dt. \quad (4.58)$$

Folglich muss bei der Entwicklung und Konstruktion eines Energy-Harvesting-Systems eine Konfiguration gewählt werden, bei der das Verhältnis zwischen nutzbarer elektrischer Energie und Dämpfungsverlusten optimal ist.

5. Methoden und Verfahren der Modellreduktion

Bei der Modellierung dynamischer Systeme mit numerischen Verfahren zur Lösung von partiellen Differentialgleichungen entstehen häufig Systeme großer Ordnung, welche eine effiziente Analyse erschweren. Das gilt im Besonderen für die Finite-Elemente-Methode. Sie erlaubt eine sehr genaue Modellierung, wobei eine große Anzahl systembeschreibender Gleichungen durch die Diskretisierung entsteht. Diese Systemgröße macht Form- und Topologieoptimierungen, HiL-Simulationen und die Analyse von Mehrdomänensystemen ineffizient oder sogar unmöglich. Mit dieser Herausforderung [52] sind Ingenieure und Wissenschaftler seit der Erfindung computerunterstützter Berechnungsverfahren konfrontiert. Aus diesem Grund werden seit über fünf Dekaden Verfahren zur Modellreduktion entwickelt, die das Ein- und Ausgangsverhalten eines dynamischen Systems in einem definierten Zeit- oder Frequenzbereich mit einer geringeren Anzahl von Freiheitsgraden abbilden.

Die Verfahren unterscheiden sich grundsätzlich hinsichtlich des zu betrachtenden Systemverhaltens. Ein Großteil der entwickelten Algorithmen setzen lineare, zeitinvariante Systeme voraus. Dennoch werden auch Verfahren für nichtlineare Systeme erforscht [4, 94, 119]. Aufgrund der in Abschnitt 4.2 beschriebenen Modellbildung werden hier nur LTI-Systeme entstehen. Es sollen daher für solche Systeme MOR-Algorithmen in diesem Kapitel betrachtet werden.

5.1. Modellreduktion durch Projektion

Ein Großteil der gegenwärtig etablierten Modellreduktionsverfahren basiert auf der Projektion [154] des originalen dynamischen Systems von einem Raum der Dimension N in einen n -dimensionalen Unterraum, $N \gg n$. Dafür muss eine Transformationsmatrix $\mathbf{Q}_n \in \mathbb{R}^{N \times n}$ bestimmt werden. Für die Systeme zweiter Ordnung aus Gl. (2.1) gilt somit

$$\mathbf{q} = \mathbf{Q}_n \mathbf{z} + \epsilon. \quad (5.1)$$

Die Transformationsmatrix beschreibt den Zusammenhang zwischen den Zustandsvektoren des ursprünglichen und des reduzierten Systems $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^N$ bzw. $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n$. Der durch die Reduktion entstehende Fehlerterm wird durch ϵ dargestellt. Aus

5. Methoden und Verfahren der Modellreduktion

dem Einsetzen von Gl. (5.1) in Gl. (2.1) und die Multiplikation mit \mathbf{Q}_n^T von links ergibt sich das reduzierte Deskriptorsystem zweiter Ordnung

$$\sum : \begin{cases} \mathbf{M}_n \ddot{\mathbf{z}} + \mathbf{D}_n \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{K}_n \mathbf{z} = \mathbf{B}_n^{\text{in}} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{B}_{1,n}^{\text{out}} \mathbf{z} + \mathbf{B}_{2,n}^{\text{out}} \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{D}_D \mathbf{u} \end{cases} \quad (5.2)$$

mit $\mathbf{M}_n := \mathbf{Q}_n^T \mathbf{M} \mathbf{Q}_n$, $\mathbf{D}_n := \mathbf{Q}_n^T \mathbf{D} \mathbf{Q}_n$, $\mathbf{K}_n := \mathbf{Q}_n^T \mathbf{K} \mathbf{Q}_n$, $\mathbf{B}_n^{\text{in}} := \mathbf{Q}_n^T \mathbf{B}^{\text{in}}$, $\mathbf{B}_{1,n}^{\text{out}} := \mathbf{B}_1^{\text{out}} \mathbf{Q}_n$, $\mathbf{B}_{2,n}^{\text{out}} := \mathbf{B}_2^{\text{out}} \mathbf{Q}_n$. Die beschriebene Transformation kann auch für Systeme erster Ordnung definiert werden. Hierfür gilt analog zu Gl. (5.1)

$$\mathbf{x} = \mathbf{V}_n \mathbf{z} + \epsilon \quad (5.3)$$

mit $\mathbf{V}_n \in \mathbb{R}^{2N \times n}$, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{2N}$, $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^n$. Das reduzierte Deskriptorsystem erster Ordnung aus Gl. (2.2) sieht dann wie folgt aus

$$\sum : \begin{cases} \mathbf{C}_n \dot{\mathbf{z}} + \mathbf{G}_n \mathbf{z} = \mathbf{B}_n \mathbf{u} \\ \mathbf{y} = \mathbf{L}_n \mathbf{z} + \mathbf{D}_D \mathbf{u}, \end{cases} \quad (5.4)$$

wobei $\mathbf{C}_n := \mathbf{V}_n^T \mathbf{C} \mathbf{V}_n$, $\mathbf{G}_n := \mathbf{V}_n^T \mathbf{G} \mathbf{V}_n$, $\mathbf{B}_n := \mathbf{V}_n^T \mathbf{B}$ und $\mathbf{L}_n := \mathbf{B} \mathbf{V}_n$. MOR-Algorithmen setzen häufig eines der beiden Deskriptorsysteme voraus und nutzen deren interne Struktur für das Generieren reduzierter Systeme. Aus diesem Grund wird in der Literatur [93] zwischen Modellreduktionsverfahren erster und zweiter Ordnung unterschieden. Für die Bestimmung der Transformationsmatrix für elektrische und mechanische Systeme werden gegenwärtig unterschiedliche Modellreduktionsverfahren eingesetzt. Diese Verfahren basieren auf verschiedenartigen theoretischen Grundgedanken. Sie werden in der Literatur [7] in folgende Kategorien eingeteilt.

- Substrukturtechniken (Modal Truncation und Guyan-Reduction/ Substructuring)
- Padé-Approximation und Krylow-Unterraum-Verfahren¹
- Balanciertes Abschneiden²

In den nachfolgenden Abschnitten werden die Theorie der Krylow-Unterraum-Verfahren und des Balancierten Abschneidens vorgestellt, ihr numerischer Aufwand, ihre Genauigkeit analysiert sowie ihre Vor- und Nachteile dargelegt. Auf die Darstellung der Substrukturtechniken wird verzichtet, da diese in der klassischen Form [29], aufgrund der singulären Massenmatrix der piezoelektrischen FEM-Formulierung nicht anwendbar sind.

¹engl.: Krylov subspace methods

²engl.: balanced truncation

5.2. Balanciertes Abschneiden

Das Balancierte Abschneiden ist ein Modellreduktionsverfahren, das auf der balancierten Realisierung [106] basiert. Das Kennzeichen dieser Realisierung ist, dass die Gramschen-Matrizen $\tilde{\mathbf{W}}_S = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{W}_S\mathbf{T}^{-\mathbf{T}}$ und $\tilde{\mathbf{W}}_B = \mathbf{T}^{\mathbf{T}}\mathbf{W}_B\mathbf{T}$, welche aus den Lösungen der Ljapunow-Gleichungen Gl. (2.18) – Gl. (2.19) bestimmt werden, diagonal und gleich sind

$$\tilde{\mathbf{W}}_S = \tilde{\mathbf{W}}_B = \begin{bmatrix} \sigma_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_{\hat{n}} \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

Hierin ist \hat{n} die Dimension der minimalen Realisierung [96, S. 131] des Zustandsraummodells. Es gilt $\hat{n} \leq N$. Nach der Berechnung der Transformationsmatrix \mathbf{T} , $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{T}\mathbf{x}$, wird das System $\Sigma(\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{D}})$ aus Gl. (2.7) gemäß Gl. (5.3) projiziert

$$\Sigma(\mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{A}}\mathbf{T}, \mathbf{T}^{-1}\hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{C}}\mathbf{T}, \mathbf{D}) = \left(\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}_{11} & \hat{\mathbf{A}}_{12} \\ \hat{\mathbf{A}}_{21} & \hat{\mathbf{A}}_{22} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{B}}_1 \\ \hat{\mathbf{B}}_2 \end{bmatrix}, [\hat{\mathbf{C}}_1 \quad \hat{\mathbf{C}}_2], \hat{\mathbf{D}} \right), \quad (5.6)$$

wobei $\hat{\mathbf{A}}_{11} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\hat{\mathbf{B}}_1 \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\hat{\mathbf{C}}_1 \in \mathbb{R}^{p \times n}$ mit $n \leq \hat{n}$. Die Grundidee bei dem Balancierten Abschneiden ist, das reduzierte Modell durch Vernachlässigung nicht relevanter Anteile zu erzeugen

$$\Sigma(\mathbf{A}_n, \mathbf{B}_n, \mathbf{C}_n, \mathbf{D}_n) = \Sigma(\hat{\mathbf{A}}_{11}, \hat{\mathbf{B}}_1, \hat{\mathbf{C}}_1, \hat{\mathbf{D}}). \quad (5.7)$$

Als Kriterium für das Abschneiden wird der Betrag der Hankel-Singulärwerte σ_i , $i = 1, \dots, \hat{n}$ verwendet. Diese Singulärwerte sind ein Maß für die Energie, die in einem Zustand des Systems steckt. Folglich werden Zustände mit einem niedrigen Energieniveau verworfen und solche mit einem hohen genutzt, um ein Modell mit hinreichend ähnlichem Ein- und Ausgangsverhalten zu erstellen. Für das Balancierte Abschneiden existiert eine absolute Fehlerschranke [19]

$$\|\mathbf{H} - \mathbf{H}_n\|_{\infty} \leq 2 \sum_{k=n+1}^{\hat{n}} \sigma_k =: \delta_{BT}. \quad (5.8)$$

Diese Schranke kann verwendet werden, um die Modellordnung n des reduzierten Modells adaptiv anhand eines vorgegebenen δ_{BT} zu bestimmen.

Eine Implementierung für die Berechnung der balancierten Realisierung stellt die MATLAB Control System Toolbox [27] bereit. Der verwendete Algorithmus beruht auf den Arbeiten von Moore [106], Laub u. a. [91]. Die Matrix \mathbf{T} und ihre Inverse werden aus der Cholesky-Zerlegung der Gramschen-Matrizen

$$\mathbf{W}_S = \mathbf{L}_S \mathbf{L}_S^{\mathbf{T}}, \quad \mathbf{W}_B = \mathbf{L}_B \mathbf{L}_B^{\mathbf{T}} \quad (5.9)$$

5. Methoden und Verfahren der Modellreduktion

und einer Singulärwertzerlegung (SVD)³ von

$$\mathbf{L}_B^T \mathbf{L}_S = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T \quad (5.10)$$

wie folgt ermittelt

$$\mathbf{T} = \mathbf{L}_S \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}^{-1/2} \quad (5.11)$$

$$\mathbf{T}^{-1} = \mathbf{\Lambda}^{-1/2} \mathbf{U}^T \mathbf{L}_B^T. \quad (5.12)$$

Die Cholesky-Faktoren werden mit dem Algorithmus von Hammarling [62] aus dem Matrixpaar $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{C}}$ und $\hat{\mathbf{A}}^T, \hat{\mathbf{B}}^T$ berechnet, weshalb die Matrizen $\hat{\mathbf{C}}^T \hat{\mathbf{C}}$ bzw. $\hat{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{B}}^T$ nie direkt gebildet werden müssen.

Im Zusammenhang mit dem Balancierten Abschneiden wird häufig angeführt, dass dieses für große Systemmatrizen ungeeignet ist, da zwei Ljapunow-Gleichungen gelöst und eine SVD durchgeführt werden müssen. Beide Schritte benötigen $\mathcal{O}(n^2)$ Speicherplatz und $\mathcal{O}(n^3)$ Gleitkommaoperationen pro Sekunde (FLOPS)⁴. Neueste Entwicklungen im Bereich der linearen Algebra konnten zeigen, dass sich der numerische Aufwand deutlich verringern lässt, wenn \mathbf{A} , wie bei Benner [20] dargestellt, durch eine hierarchische Matrix approximiert wird.

5.3. Krylow-Unterraum-Verfahren

Ein Klasse von Verfahren zur Modellreduktion, die in den letzten Jahren mehr und mehr an Bedeutung gewonnen hat, sind die Krylow-Unterraum-Verfahren. Ein Grund hierfür ist, dass häufig große Modelle entstehen, wenn dynamische Systeme durch lineare Differentialgleichungen mit dünnbesetzten Systemmatrizen beschrieben werden. Diese Gleichungen entstehen beispielsweise bei der Diskretisierung mit Finiten Elementen und können effizient mit Krylow-Unterraum-Verfahren behandelt werden.

5.3.1. Momentenanpassung

Die Grundidee der Modellreduktion mit Krylow-Unterraum-Verfahren ist eine Momentenanpassung⁵ durchzuführen. Für das in Gl. (2.2) dargestellte verallgemeinerte lineare Kontrollsystem erster Ordnung hat die Übertragungsfunktion $\mathbf{H}(s)$ die folgende Form

$$\mathbf{H}(s) = \mathbf{L}(s\mathbf{C} + \mathbf{G})^{-1}\mathbf{B}. \quad (5.13)$$

³engl.: Singular Value Decomposition

⁴engl.: FLoating point Operations Per Second

⁵engl.: moment matching

Sie ist für die hier betrachteten Fälle eine rationale Funktion. Es sei angenommen, dass das Matrizenbüschel $s\mathbf{C} + \mathbf{G}$ regulär und somit für fast alle $s \in \mathbb{C}$ invertierbar ist. Wird der Entwicklungspunkt $s_0 \in \mathbb{C}$ entsprechend dieser Vorgabe gewählt, dann können die Matrizen \mathbf{C} und \mathbf{G} zu einer Matrix \mathbf{A} zusammengefasst werden, so dass sich die Übertragungsfunktion wie folgt ergibt

$$\mathbf{H}(s) = \mathbf{L} (\mathbf{I} - (s - s_0)\mathbf{A})^{-1} \mathbf{R}. \quad (5.14)$$

Hierbei sind \mathbf{A} und \mathbf{R} bei Feldmann und Freund [45] folgendermaßen definiert

$$\mathbf{A} := -(s_0\mathbf{C} + \mathbf{G})^{-1}\mathbf{C}, \quad \mathbf{R} := (s_0\mathbf{C} + \mathbf{G})^{-1}\mathbf{B}. \quad (5.15)$$

Durch die Entwicklung von Gl. (5.14) in eine unendliche geometrische Reihe

$$(\mathbf{I} - (s - s_0)\mathbf{A})^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} ((s - s_0)\mathbf{A})^k, \quad (5.16)$$

welche auch als unendliche Neumann-Reihe bezeichnet wird, entsteht die Darstellung

$$\mathbf{H}(s) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{m}_k (s - s_0)^k. \quad (5.17)$$

Die Momente \mathbf{m}_k zum Entwicklungspunkt s_0 ergeben sich dazu wie folgt

$$\mathbf{m}_k = \mathbf{L} \mathbf{A}^k \mathbf{R}. \quad (5.18)$$

Das Ziel einer Modellreduktion ist es ein reduziertes System mit der Übertragungsfunktion

$$\hat{\mathbf{H}}(s) = \sum_{k=0}^l \hat{\mathbf{m}}_k (s - s_0)^k \quad (5.19)$$

zu finden, deren erste l Momente denen der Funktion $\mathbf{H}(s)$ gleichen, so dass gilt $\mathbf{m}_k = \hat{\mathbf{m}}_k$ für $k = 1, 2, \dots, l$. Diese Verfahrensweise wird Momentenanpassung genannt.

5.3.2. Numerische Verfahren für Systeme erster Ordnung

Padé-Approximation

Bei der Padé-Approximation wird die Übertragungsfunktion $\mathbf{H}(s)$ durch eine rationale Funktion angenähert, wobei der Nenner und der Zähler durch abgebrochene Potenzreihen dargestellt werden. In der Systemtheorie wird dieser Funktionstyp für die Darstellung der Übertragungsfunktion genutzt. Somit eignet sich diese Approximation zur Annäherung der Übertragungsfunktion und die Erstellung reduzierter Modelle. Die von Pillage und Rohrer [115] entwickelte Asymptotic

5. Methoden und Verfahren der Modellreduktion

Waveform Evaluation (AWE) ist eines der ersten Modellreduktionsverfahren, das diese Idee umsetzt. Hierfür wird die Übertragungsfunktion $H(s)$ durch eine Padé-Approximation des Typs $[p/q]$ angenähert, welche durch die gebrochen-rationale Funktion

$$H_{p,q}(s) = \frac{b_p s^p + \dots + b_1 s + b_0}{a_q s^q + \dots + a_1 s + a_0 + 1} \quad (5.20)$$

definiert ist. Die Taylor-Koeffizienten im Entwicklungspunkt s_0 von $H_{p,q}(s)$ entsprechen den $p + q + 1$ Termen der Taylor-Reihe der Übertragungsfunktion

$$H(s) = H_{p,q}(s) + \mathcal{O}((s - s_0)^{p+q+1}). \quad (5.21)$$

Für die Approximation von Übertragungsfunktionen ist es üblich echte gebrochenrationale Funktionen, d.h. $p < q$ zu verwenden. Folglich ist es legitim $p = q - 1$ zu wählen. Mit $H_q := H_{q-1,q}$ wird die q -te Padé-Approximation der Übertragungsfunktion $H(s)$ definiert, deren $2q$ Momente zum Entwicklungspunkt s_0 mit denen von $H(s)$ übereinstimmen

$$H(s) = H_q(s) + \mathcal{O}((s - s_0)^{2q}). \quad (5.22)$$

Die Multiplikation mit dem Nennerpolynom von Gl. (5.20) und das Durchführen eines Koeffizientenvergleichs ergibt das Gleichungssystem

$$\mathcal{H}_q \begin{bmatrix} a_q \\ a_{q-1} \\ \vdots \\ a_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_q \\ m_{q+1} \\ \vdots \\ m_{2q-1} \end{bmatrix}. \quad (5.23)$$

Die Koeffizientenmatrix \mathcal{H}_q ist die Hankel-Matrix, welche sich aus den Momenten wie folgt zusammensetzt:

$$\mathcal{H}_q = \begin{bmatrix} m_0 & m_1 & \cdots & m_{q-1} \\ m_1 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & m_{2q-3} \\ m_{q-1} & \cdots & m_{2q-3} & m_{2q-2} \end{bmatrix}. \quad (5.24)$$

Nach der Ermittlung der Koeffizienten a_0, \dots, a_q werden die Polstellen des Systems aus den Nullstellen des Nennerpolynoms und die Koeffizienten des Zählerpolynoms durch eine Vektor-Matrix-Multiplikation berechnet. Das Verfahren ist numerisch instabil [25] d.h. empfindlich gegenüber Störungen [83].

Die beschriebenen Problemstellungen wurden von Feldmann und Freund [46] untersucht. Grund dafür ist nicht die Padé-Approximation sondern das bei der AWE verwendete Verfahren zur expliziten Berechnung der Momente. Diese führt mit

5.3. Krylow-Unterraum-Verfahren

zunehmender Anzahl der berücksichtigten Momente zu einer schlecht konditionierten Matrix \mathcal{H}_q , was für die Lösung der Gl. (5.23) problematisch ist. Feldmann und Freund zeigen, dass diese explizite Momentenberechnung einer Vektoriteration entspricht, welche gegen den Eigenwert der Matrix \mathbf{A} mit dem größten Absolutwert konvergiert. Dadurch enthalten die Momente \mathbf{m}_k nur noch die Information eines Eigenwerts. Die approximierten Übertragungsfunktionen sollten hingegen von allen Eigenwerten abhängen. Dieser Effekt tritt bereits nach wenigen Iterationen ($k < 10$) auf, wodurch der von der AWE genutzte Algorithmus für die numerische Berechnung der Padé-Approximation ungeeignet ist. Aus diesem Grund wird im selben Artikel ein Algorithmus vorgestellt, der die Momente implizit mithilfe der Look-ahead-Variante des Lanczos-Verfahrens bestimmt. Die sogenannte Padé-Approximation via Lanczos-Verfahren (PVL)⁶ basiert auf einer äquivalenten Umformulierung des Problems. Dafür wird die Matrix \mathbf{A} Gl. (5.15) durch eine Tridiagonalmatrix \mathbf{T}_q , welche mithilfe des Lanczos-Verfahrens [90] ermittelt wird, ersetzt. Die Matrix \mathbf{T}_q ist die beste $q \times q$ -Approximation, $q \ll N$ der Matrix \mathbf{A} , welche durch die Krylow-Unterräume

$$\mathcal{K}_q(\mathbf{v}_1, \mathbf{A}) = \text{span} \left\{ \mathbf{v}_1, \mathbf{A}\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{A}^{q-1}\mathbf{v}_1 \right\} \quad (5.25)$$

und

$$\mathcal{K}_q(\mathbf{w}_1, \mathbf{A}) = \text{span} \left\{ \mathbf{w}_1, \mathbf{A}^T \mathbf{w}_1, \dots, (\mathbf{A}^T)^{q-1} \mathbf{w}_1 \right\} \quad (5.26)$$

angenähert werden kann. Die Momente besitzen bei diesem Verfahren die folgende Darstellung

$$m_k = \mathbf{l}^T \mathbf{A}^k \mathbf{r} = \left(\mathbf{l}^T \mathbf{r} \right) \left(\mathbf{e}_1^T \mathbf{T}_q^k \mathbf{e}_1 \right). \quad (5.27)$$

Hierin ist $\mathbf{e}_1 = [1 \ 0 \ \dots \ 0]^T \in \mathbb{R}^q$ der erste Einheitsvektor des \mathbb{R}^q , \mathbf{l} und \mathbf{r} sind die Ein- und Ausgangsvektoren des SISO-Systems. Der Algorithmus wurde für MIMO-Systeme [45] zur Matrix-Padé-Approximation via Lanczos-Verfahren (MPVL)⁷ erweitert und es wurde gezeigt, dass die Berechnung der Momente hierfür analog durchgeführt werden kann. Das reduzierte System wird berechnet, indem die Koordinate $\mathbf{x} = \mathbf{V}_n \mathbf{x}_n$ ersetzt und Gl. (2.2) von links mit \mathbf{W}_n^T multipliziert wird. In diesem Fall wird das reduzierte System durch folgende Transformationen berechnet

$$\mathbf{C}_n := -\mathbf{W}_k^T \mathbf{A} \mathbf{V}_k, \quad \mathbf{G}_n := -\mathbf{W}_k^T (\mathbf{I} - s_0 \mathbf{A}) \mathbf{V}_k, \quad (5.28)$$

$$\mathbf{R}_n := \mathbf{W}_k^T \mathbf{R}, \quad \mathbf{L}_n := \mathbf{V}_k^T \mathbf{L}. \quad (5.29)$$

Das Lanczos-Verfahren ist am besten für symmetrische Matrizen geeignet. Generell ist das Arnoldi-Verfahren die bessere Wahl [134], da es auch mit singulären und unsymmetrischen Matrizen umgehen kann.

⁶engl.: Padé approximation Via the Lanczos process

⁷engl.: Matrix Padé Via the Lanczos-type process

5. Methoden und Verfahren der Modellreduktion

Block-Arnoldi-Verfahren

Für die Berechnung des reduzierten Systems kann die Transformationsmatrix \mathbf{V}_n mittels Block-Arnoldi-Verfahren bestimmt werden. Die zugrunde liegende Theorie und ein Algorithmus wird bei Freund [50] dargestellt. Die Bezeichnung Blockverfahren wurde gewählt, da anstelle des Startvektors \mathbf{r} ein Startblock

$$\mathbf{R} = [\mathbf{r}_1 \quad \mathbf{r}_2 \quad \dots \quad \mathbf{r}_m] \in \mathbb{C}^{2N \times m} \quad (5.30)$$

zur Konstruktion des Krylow-Unterraums verwendet wird. Mit Hilfe dieses Unterraums soll die Momentenanpassung durchgeführt werden. Für diesen allgemeinen Fall mit $m \geq 1$ ergibt sich die Krylow-Sequenz

$$\mathbf{R}, \mathbf{A}\mathbf{R}, \mathbf{A}^2\mathbf{R}, \dots, \mathbf{A}^{j-1}\mathbf{R}, \dots, \quad (5.31)$$

Die Spalten dieser Sequenz werden linear abhängig. Ist eine Spalte des j ten Blocks $\mathbf{A}^{j-1}\mathbf{R}$ linear abhängig von einer Spalte links von ihr, dann bedeutet das nicht, dass alle Spalten von $\mathbf{A}^{j-1}\mathbf{R}$ linear abhängig sind von Spalten zu ihrer Linken, daher kann diese Spalte gelöscht werden. Dieses Vorgehen wird exakte Deflation genannt. Das Löschen von Spalten, die näherungsweise linear abhängig sind, wird inexacte Deflation genannt. Somit ergibt sich die bereinigte Krylow-Sequenz

$$\mathbf{R}_1, \mathbf{A}\mathbf{R}_2, \mathbf{A}^2\mathbf{R}_3, \dots, \mathbf{A}^{j_{max}-1}\mathbf{R}_{j_{max}} \quad (5.32)$$

und der n te Block-Krylow-Unterraum

$$\mathcal{K}_n(\mathbf{A}, \mathbf{R}) = \text{Colspan} \left\{ \mathbf{R}_1, \mathbf{A}\mathbf{R}_2, \mathbf{A}^2\mathbf{R}_3, \dots, \mathbf{A}^{j-1}\mathbf{R}_j \right\}. \quad (5.33)$$

Freund zeigt, dass die orthonormale Basis $\mathbf{V}_n := [\mathbf{v}_1 \quad \mathbf{v}_2 \quad \dots \quad \mathbf{v}_n] \in \mathbb{C}^{2N \times n}$ des Krylow-Unterraums $\mathcal{K}_n(\mathbf{A}, \mathbf{R})$

$$\text{span} \{ \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n \} = \mathcal{K}_n(\mathbf{A}, \mathbf{R}) \quad (5.34)$$

verwendet werden kann, um mit Hilfe des Block-Arnoldi-Algorithmus aus [50, Algorithm 1] die ersten $n - 1$ Momente der Transferfunktion implizit zu berechnen. Die Modellreduktion mittels Projektion wird anschließend gemäß Gl. (5.3) durchgeführt. Aufgrund der physikalischen Bedeutung der Systemmatrizen \mathbf{M} , \mathbf{D} und \mathbf{K} , ist es wünschenswert, die Struktur von Gl. (2.5) auch im reduzierten Modell zu erhalten. Daher wurde der Algorithmus Structure-Preserving Reduced-Order Interconnect Macromodeling (SPRIM) entwickelt. Die Basismatrix $\mathbf{V}_n = [\mathbf{V}_1 \quad \mathbf{V}_2]^T$ wird dafür entsprechend der Größe der Systemmatrizen unterteilt und danach durch die Projektionsmatrix

$$\tilde{\mathbf{V}}_n = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

das reduzierte System mit $\mathbf{M}_n = \mathbf{V}_1^T \mathbf{M} \mathbf{V}_1$, $\mathbf{D}_n = \mathbf{V}_1^T \mathbf{D} \mathbf{V}_1$ und $\mathbf{K}_n = \mathbf{V}_1^T \mathbf{K} \mathbf{V}_2$ erzeugt. Der Nachweis, dass $\tilde{\mathbf{V}}_n$ die Momente der Funktion berechnet, kann bei Freund [51] nachgelesen werden.

Arnoldi-Verfahren zweiter Ordnung

Aus der Modellierung elektromechanischer Systeme, zum Beispiel mit der Finite-Elemente-Methode, resultiert das Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung aus Gl. (4.9). Diese Darstellung wird in der Strukturmechanik hauptsächlich verwendet. Es ist daher empfehlenswert, reduzierte Modelle zu erzeugen, die das dynamische Verhalten approximieren und dabei die Struktur des Kontrollsystems zweiter Ordnung erhalten. Erreicht werden kann diese Forderung durch die Verwendung von Arnoldi-Verfahren zweiter Ordnung (SOAR)⁸. Das heute verbreitete SOAR wurde von Salimbahrami und Lohmann [131] sowie zeitgleich von Bai und Su [11] im Jahr 2003 vorgestellt. Es basiert auf Krylow-Räumen zweiter Ordnung, deren Bezeichnung Salimbahrami und Lohmann [131] einführen. Die Funktionsweise des SOAR-Algorithmus wird hier in Anlehnung an die Publikation von Bai und Su [11] erklärt. Ausgehend von der Systemdarstellung aus Gl. (2.6), wobei die erste und zweite Gleichung getauscht wurden, zeigt Bai, dass die Projektion in den Krylow-Raum zweiter Ordnung Gl. (2.30) mit $\bar{\mathbf{A}} = -\mathbf{K}^{-1}\mathbf{D}$, $\bar{\mathbf{B}} = -\mathbf{K}^{-1}\mathbf{M}$ und $\bar{\mathbf{r}}_0 = -\mathbf{K}^{-1}\mathbf{b}$ die notwendigen Informationen für eine Modellreduktion enthält, da die Vektoren der Krylow-Sequenz $\mathbf{H}^l \hat{\mathbf{b}}_0 \in \mathbb{R}^{2N}$ des Krylow-Raums

$$\mathcal{K}_n(\mathbf{H}; \mathbf{b}_0) = \text{span} \{ \hat{\mathbf{b}}_0, \mathbf{H}\hat{\mathbf{b}}_0, \mathbf{H}^2\hat{\mathbf{b}}_0, \dots, \mathbf{H}^{n-1}\hat{\mathbf{b}}_0 \}$$

mit $\mathbf{H} = -\mathbf{G}^{-1}\mathbf{C}$ und $\hat{\mathbf{b}}_0 = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{B}$ durch die Gleichung

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{r}}_l \\ \bar{\mathbf{r}}_{l-1} \end{bmatrix} = \mathbf{H}^l \hat{\mathbf{b}}_0 \quad \text{für } l \geq 1 \quad (5.36)$$

äquivalent beschrieben werden können. Die Vektoren \mathbf{r}_l werden aus der folgenden Sequenz bestimmt

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}_0 &= \mathbf{K}^{-1}\mathbf{b} \\ \bar{\mathbf{r}}_1 &= \bar{\mathbf{A}}\mathbf{r}_0 \\ \bar{\mathbf{r}}_l &= \bar{\mathbf{A}}\mathbf{r}_{l-1} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{r}_{l-2} \quad \text{für } l \geq 2. \end{aligned}$$

Durch die Anwendung des SOAR-Algorithmus [11, Algorithm 1] wird die orthonormale Basis \mathbf{Q}_n des Krylow-Raums zweiter Ordnung ermittelt

$$\text{span} \{ \mathbf{Q}_n \} = \mathcal{G}_n(\bar{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{B}}; \bar{\mathbf{r}}_0). \quad (5.37)$$

Diese Matrix wird genutzt, um gemäß Gl. (5.2) die Modellreduktion durchzuführen. Mit diesem Algorithmus werden die ersten n Momente des Originalsystems getroffen. Außerdem zeigt Bai, dass bei symmetrischen Systemen zweiter Ordnung $2n$ Momente übereinstimmen. Die Matrix \mathbf{Q}_n ist orthonormal, daher gilt

⁸engl.: Second Order ARnoldi

5. Methoden und Verfahren der Modellreduktion

$\mathbf{Q}_n = \mathbf{Q}_n^T = \mathbf{Q}_n^{-1}$. Somit ist die Projektion in Gl. (5.2) eine Ähnlichkeitsabbildung [55, S. 311], welche die Stabilität und Symmetrie des Systems erhält. Die in diesem Unterabschnitt dargestellte Theorie des Verfahrens basiert auf der Annahme, dass $\mathbf{K} \geq 0$. Falls \mathbf{K} singulär ist, muss die Potenzreihendarstellung der Funktion $\mathbf{H}(s)$ um einen Entwicklungspunkt $s_0 \neq 0$ genutzt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wird für die Modellreduktion die Software MOR for ANSYS 2.7 verwendet. In dieser Software ist sowohl das Block-Arnoldi-Verfahren als auch das Arnoldi-Verfahren zweiter Ordnung implementiert.

5.4. Substitution der piezoelektrischen Freiheitsgrade

Aus der FE-Formulierung resultiert, aufgrund der infinitesimalen Induktivität des piezoelektrischen Wandlers, ein einfaches Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung Gl. (4.9) mit einer singulären Massenmatrix \mathbf{M} . Diese Matrixeigenschaft bedeutet, dass das System theoretisch unendlich hohe Eigenfrequenzen hat. Die ODE-Solver müssten daher mit einer extrem hohen Abtastfrequenz f_s laufen, um eine stabile Lösung zu erzeugen. Das ist aufgrund der daraus resultierenden unendlichen Simulationszeit nicht praktikabel. Für die Lösung des Problem gibt es verschiedene Ansätze. Mohring u. a. [105] stellen ein Verfahren vor, welches auf einem modalen Abschneiden der komplexen Moden basiert. Der Abschneidefehler wird hierbei durch ein Krylow-Unterraum-Verfahren approximiert. Eine weitere Möglichkeit ist die Substitution der elektrischen Freiheitsgrade in dem mittels Krylow-Verfahren reduzierten Modell [86]. Außerdem kann die Substitution der piezoelektrischen Freiheitsgrade auf den unreduzierten Matrizen des FEM-Modells durchgeführt werden. Eine Umsetzung dieser Idee zeigen Aftab u. a. [3] am Beispiel eines piezoelektrischen Energy Harvesters in Form eines Mikrosystems (MEMS)⁹. Die Substitution erfolgt analog zu dem Vorgehen auf dem reduzierten System. Ausgangspunkt hierfür ist das Gleichungssystem der FEM

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{uu} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{uu} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{u\phi} \\ \mathbf{K}_{u\phi}^T & -\mathbf{K}_{\phi\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix}, \quad (5.38)$$

welches bei der Diskretisierung aus den Elementmatrizen Gl. (4.9) mit $\mathbf{D}_{\phi\phi} = 0$ assembliert wird. Die zweite Gleichung des Systems wird nach ϕ umgestellt

$$\phi = -\mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{Q} + \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{u\phi}^T \mathbf{u} \quad (5.39)$$

und in die erste eingesetzt

$$\mathbf{M}_{uu} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}_{uu} \dot{\mathbf{u}} + \left[\mathbf{K}_{uu} + \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{u\phi}^T \right] \mathbf{u} = \mathbf{F} + \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{Q}. \quad (5.40)$$

⁹engl.: Micro-Electro-Mechanical System

5.5. Anwendungsbeispiel PZT-Balken

Mit dieser Gleichung kann nach Gl. (2.1) ein Deskriptorsystem zweiter Ordnung erstellt werden, wobei sich die Systemmatrizen wie folgt berechnen

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{uu} \quad (5.41)$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_{uu} \quad (5.42)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{uu} + \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{u\phi}^T. \quad (5.43)$$

Die Eingangsmatrix wird modifiziert, so dass die mechanischen und elektrischen Lasten korrekt auf die Zustände abgebildet werden

$$\mathbf{B}_{\text{in}} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\text{in},1} & \mathbf{B}_{\text{in},2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_2 \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

mit $\mathbf{B}_{\text{in},1} \mathbf{u}_1 = \mathbf{F}$, $\mathbf{B}_{\text{in},2} \mathbf{u}_2 = \mathbf{K}_{u\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{Q}$. Die Ausgangsmatrix

$$\mathbf{B}_{\text{out}}^1 \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\text{out},1}^1 & \mathbf{B}_{\text{out},2}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \phi \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

muss entsprechend angepasst werden. Wird Gl. (5.39) in Gl. (5.45) eingesetzt resultiert die neue Ausgangsmatrix

$$\mathbf{B}_{\text{out}}^1 = \mathbf{B}_{\text{out},1}^1 + \mathbf{B}_{\text{out},2}^1 \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{u\phi}^T \quad (5.46)$$

und die Durchgangsmatrix

$$\mathbf{D}_{\text{D}} = -\mathbf{B}_{\text{out},2}^1 \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1}, \quad (5.47)$$

welche den elektrischen Anteil des piezoelektrischen Wandlers beschreibt.

Danach ist die Massenmatrix \mathbf{M} aus Gl. (5.41) regulär und die Krylow-Unterraum-Verfahren können angewendet werden. Nach der Substitution sind die Systemmatrizen vollbesetzt. Das muss bei der Auswahl der Lösungsverfahren beachtet werden.

Das letztgenannte Verfahren wurde in Kooperation mit der Arbeitsgruppe von Frau Bechtold des Instituts für Mikrosystemtechnik – IMTEK für die Aufgabenstellung dieser Arbeit erweitert und wird für die Erstellung der echtzeitfähigen HiL-Modelle angewendet.

5.5. Anwendungsbeispiel PZT-Balken

5.5.1. Krylow-Unterraum-Verfahren

Für die Analyse vollständig gekoppelter piezoelektrischer Systeme wurde ein FEM-Modell eines Balkens mit applizierten PZT-Wandlern erstellt, welches in Abbildung 5.1b dargestellt ist. Der Balken besteht aus Aluminium und hat die

5. Methoden und Verfahren der Modellreduktion

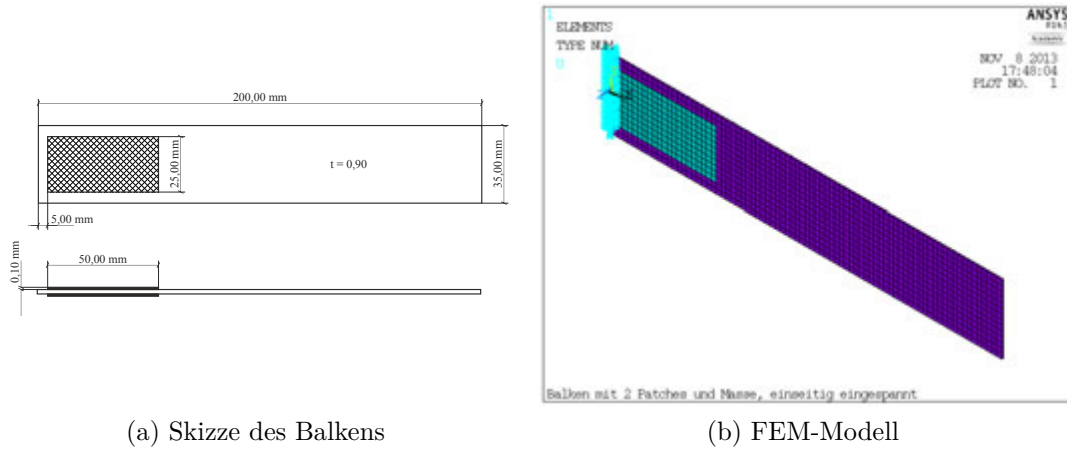


Abbildung 5.1.: Balken mit zwei piezoelektrischen Wandlern

Dimensionen $200 \times 35 \times 0,9 \text{ mm}^3$. Die beiden piezoelektrischen Wandler wurden aus dem Material PIC 255 mit den Dimensionen $50 \times 25 \times 0,1 \text{ mm}^3$ modelliert. Für die Diskretisierung der beiden Materialien wurden Volumenelemente mit quadratischen Ansatzfunktionen verwendet und damit ein hexaedrisches Netz mit 1520 Elementen und 10097 Knoten erstellt. Das resultierende Gleichungssystem hat in Abhängigkeit von den gewählten Randbedingungen eine unterschiedliche Größe. Für den einseitig eingespannten Balken ergeben sich 33397 Gleichungen, die gelöst werden müssen. Der elektrische Freiheitsgrad wurde jeweils auf den zwei größten Oberflächen der PZT-Wandler gekoppelt. So wird das Verhalten der Elektroden nachgebildet, und es ist möglich, elektrische Randbedingungen zu definieren. Die mechanische Dämpfung des Balkens wurde als Rayleigh-Dämpfung [98, S. 204]

$$\mathbf{D} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} \quad (5.48)$$

definiert. Diese Dämpfungsformulierung ist für die vorliegende Arbeit besser geeignet, da die globale Dämpfung in ANSYS nicht wie üblich als Konstante in der Dämpfungsmatrix \mathbf{D} , sondern als Faktor der Steifigkeitsmatrix $\frac{2\xi}{\omega} \mathbf{K}$ implementiert ist. Diese Abhängigkeit von ω führte wiederholt zu Schwierigkeiten bei sehr hohen und sehr niedrigen Frequenzen und wird daher nicht verwendet. Die Rayleigh-Koeffizienten α und β werden nach den Formeln

$$\beta = \frac{2\xi}{\omega_1 + \omega_2} \quad (5.49)$$

$$\alpha = \omega_1 \omega_2 \beta \quad (5.50)$$

berechnet. Für den Balken wurde eine Dämpfung von $\xi = 1\%$ bei $\frac{\omega_1}{2\pi} = 10 \text{ Hz}$ und $\frac{\omega_2}{2\pi} = 1500 \text{ Hz}$ angenommen, so dass sich $\alpha = 1,25$ und $\beta = 2,1 \cdot 10^{-6}$ ergeben. Für die Durchführung der Modellreduktion wird die Software MOR for ANSYS [125, 126] verwendet. In dieser ist der Block-Arnoldi-Algorithmus von Freund

5.5. Anwendungsbeispiel PZT-Balken

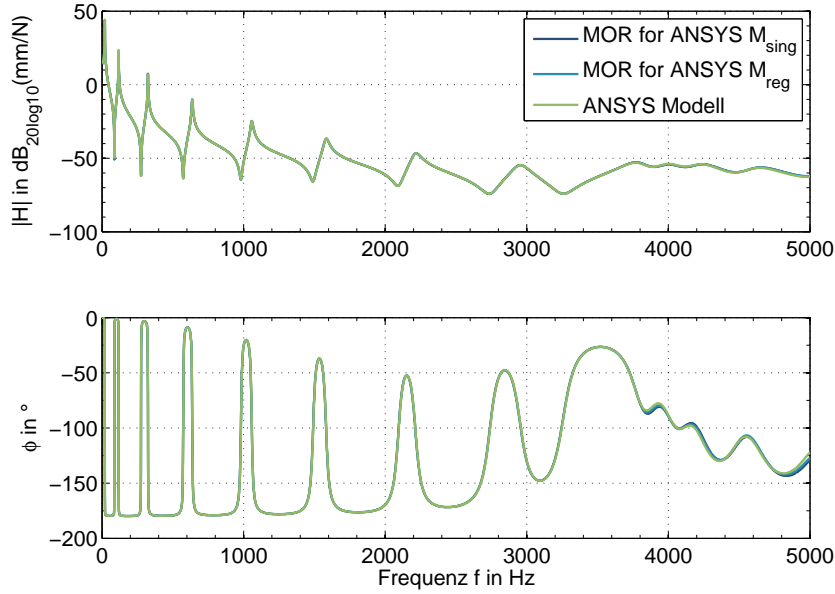


Abbildung 5.2.: Rezeptanz am freien Balkenende

[50] und der SOAR-Algorithmus von Bai, Meerbergen und Su [10] implementiert. Das Modell wurde mit dem Block-Arnoldi-Algorithmus auf 30 Freiheitsgrade reduziert. Der Entwicklungspunkt wurde zu $s_0 = 0$ gesetzt. Durch den Algorithmus bleiben die Eigenschaften der Massenmatrix erhalten, da sie durch eine Ähnlichkeitsabbildung [55, S. 311] erzeugt wird. Somit treten auch im reduzierten System theoretisch unendliche Eigenfrequenzen auf, so dass viele ODE-Solver nur bei sehr hohen Abtastfrequenzen konvergieren. Aus diesem Grund wurden die Gleichungen mit Nulleinträgen aus der Massenmatrix entfernt. Dafür wurden Berechnungsroutinen verwendet, die die Kondensation gemäß der in Abschnitt 5.4 beschriebenen Vorgehensweise durchführen.

Die Bode-Diagramme der Übertragungsfunktionen mit singulärer und regulärer Massenmatrix sind in Abbildung 5.2 und Abbildung 5.3 dargestellt. Die Übertragungsfunktionen wurden darüber hinaus mit dem unreduzierten ANSYS-Modell berechnet und als Referenz eingezeichnet. Die Anregung für die beiden Modelle

Pfad	ANSYS	$\hat{\mathbf{M}}_{sing}$	$\hat{\mathbf{M}}_{reg}$
$\ H^{(mm/N)}\ _2$	76,07	74,45	74,45
$\ H^{(kV/N)}\ _2$	0,36	0,35	0,35

Tabelle 5.1.: $\|H\|_2$ -Normen des Piezobalkens

ist eine Kraft am freien Ende des Balkens. In der ersten Abbildung ist die dynamische Nachgiebigkeit (Rezeptanz) an der Krafteinleitungsstelle dargestellt. Die

5. Methoden und Verfahren der Modellreduktion

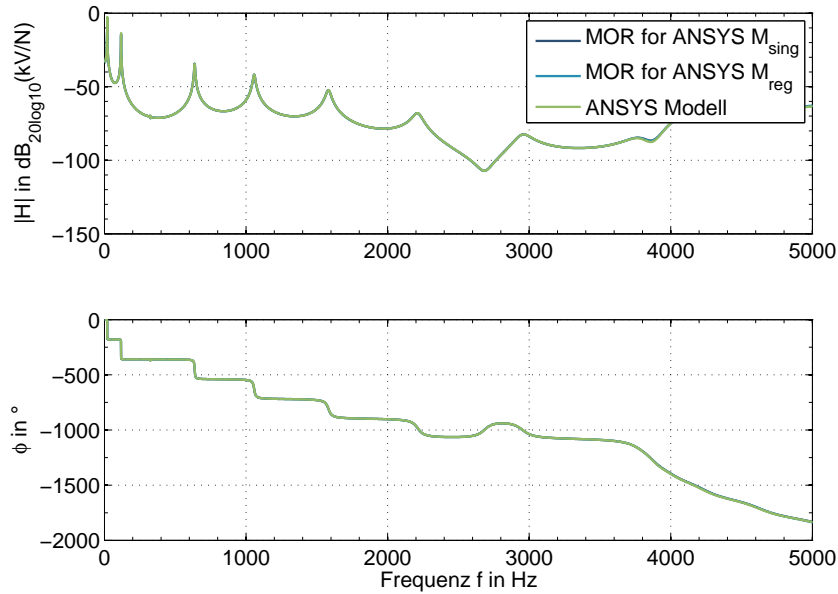


Abbildung 5.3.: Übertragungsfunktionen Wandlerspannung zu Kraft

zweite Abbildung zeigt das Verhältnis von Anregung zu Wandlerspannung. Die Frequenz- und Phasengänge der beiden Diagramme und der Übrigen, welche in Abbildung A.10 und in Abbildung A.11 dargestellt sind, sind identisch. Dieses wird durch die $\|H\|_2$ -Normen bestätigt, die in Tabelle 5.1 aufgelistet sind. Die Normen der reduzierten Modelle sind identisch. Die Abweichung von maximal 2,2 % der Normen der ANSYS-Lösung ist der durch die Reduktion verursachte Fehler. Das reduzierte Modell könnte somit für den Aufbau eines Echtzeitmodells verwendet werden. Die Modalanalyse der reduzierten Matrizen \mathbf{M}_n und \mathbf{K}_n zeigte, dass die höchste Eigenfrequenz des Modells 1459,74 kHz beträgt. Diese Frequenz ist keine Eigenfrequenz des Systems, wie in Abbildung 5.4 deutlich wird. Dort sind die ersten 30 Eigenfrequenzen des FEM-Modells und des reduzierten Modells logarithmisch dargestellt, wobei die letztgenannte Datenreihe in der Legende mit „MOR for ANSYS_{M,K}“ bezeichnet ist. Bis zur zehnten Eigenfrequenz ($f_{10} = 1582,9$ Hz) liegt der relative Fehler zwischen den beiden Werten unter 1 %. Danach steigt er deutlich und erreicht bei der 13. Eigenfrequenz ($f_{13} = 2214,2$ Hz) 33,32 %. In diesem Modell haben folglich $\frac{2}{3}$ der Eigenfrequenzen keine physikalische Bedeutung. Der Frequenzgang des Systems wird dennoch bis 5000 Hz sehr gut approximiert. Außerdem wurden die gedämpften Eigenfrequenzen des reduzierten Modells bestimmt. Diese sind in der Legende mit „MOR for ANSYS_{M,D,K}“ gekennzeichnet. Es fällt auf, dass die 29. und die 30. gedämpfte Eigenfrequenz nicht existiert. Die Ursache hierfür ist die Dämpfung. Ihr Wert ist für die jeweilige Frequenz in Abbildung 5.5 logarithmisch dargestellt. Für die letztgenannten

5.5. Anwendungsbeispiel PZT-Balken

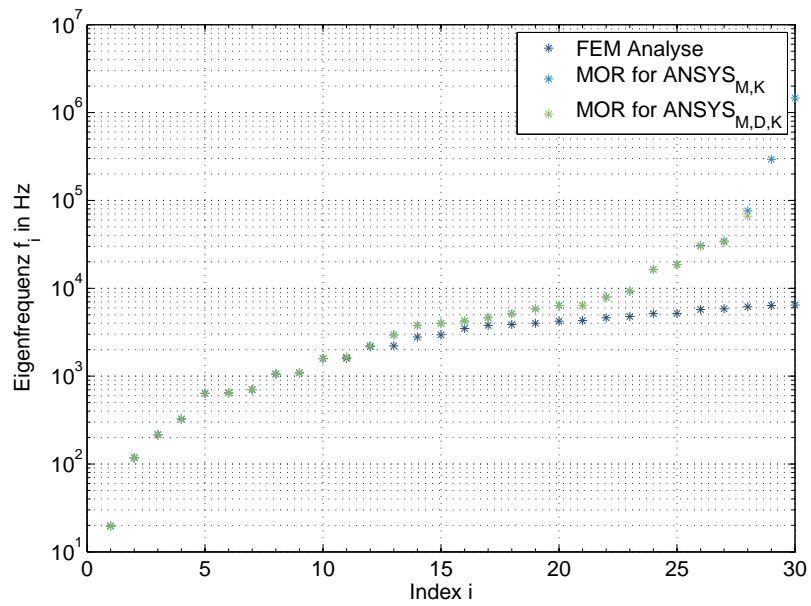


Abbildung 5.4.: Verlauf der Eigenfrequenzen

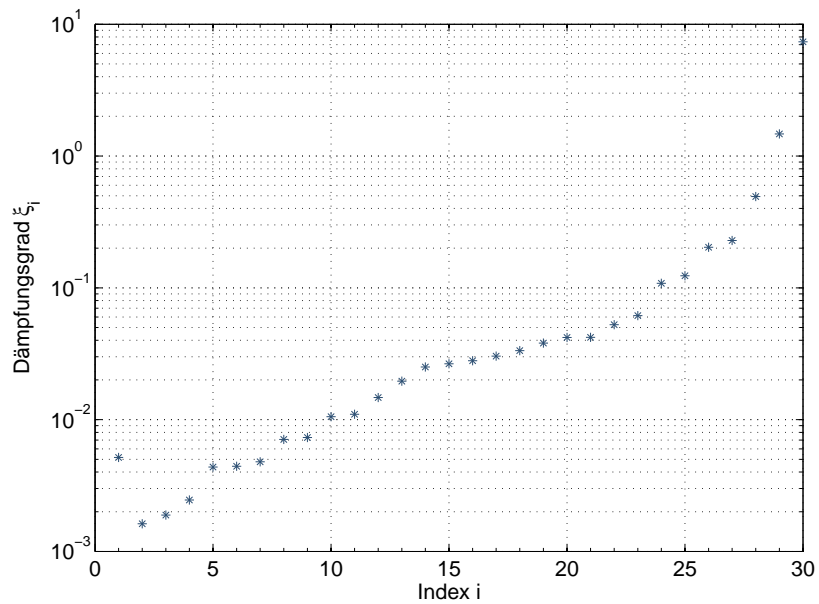


Abbildung 5.5.: Verlauf des Dämpfungsgrades

5. Methoden und Verfahren der Modellreduktion

Eigenfrequenzen ist der Dämpfungsgrad größer als eins. Die beiden Pole des Systems werden reell. Folglich ist das System nicht schwingfähig sondern nähert sich nach der Auslenkung asymptotisch dem Schwingungsmittelpunkt. Die 28. Eigenfrequenz des Systems ist somit die letzte, die konjugiert komplex auftritt. Sie hat den Wert 66,26 kHz. Im Hinblick auf die Grundidee (vgl. Unterabschnitt 5.3.1) der Krylow-Unterraum-Verfahren, wonach die Momente der Übertragungsfunktion berechnet werden, heißt das, dass die nichtphysikalischen Pole des Systems der besseren Anpassung der Momente dienen und durch den Algorithmus implizit erzeugt werden. Bei einer Systemsimulation mit MATLAB/Simulink ist zu beachten, dass hohe Frequenzen kleine Abtastintervalle t_s bei den ODE-Solvern bewirken, wodurch die Echtzeitfähigkeit schwieriger umzusetzen ist.

5.5.2. Kaskadierung von Krylow-Unterraum-Verfahren und Balanciertem Abschneiden

Bei den Analysen der maximalen Eigenfrequenz der reduzierten Systeme wurde festgestellt, dass eine kaskadierte Anwendung des Krylow-Unterraum-Verfahrens und des Balancierten Abschneidens die Echtzeitfähigkeit positiv beeinflusst. Die Vorteile einer Kaskadierung der Verfahren wurden von Bechtold, Rudnyi und Korvink [12] für die Simulation der Wärmeübertragung von MEMS gezeigt. Im Folgenden wird die Verkettung der Verfahren für piezoelektrische Wandler vorgestellt. Dazu wurde ein mit MOR for ANSYS erzeugtes System zweiter Ordnung mit 30 Freiheitsgraden in ein Deskriptorsystem erster Ordnung überführt. Von diesem wurden Hankel-Singulärwerte σ_i bestimmt und die absolute Fehlerschranke δ_{BT} gemäß Gl. (5.8) berechnet. Der Verlauf des Fehlers ist in Abbildung 5.6 in Relation zu der Modellordnung dargestellt. Darin ist zu erkennen, dass vier Freiheitsgrade einen sehr großen Einfluss auf die Güte des Modells haben und dass der Einfluss weiterer Freiheitsgrade abnimmt, bis er Null erreicht. Physikalisch betrachtet handelt es sich bei dem Balken um zwei elektrische Systeme und ein mechanisches System. Somit ergibt sich eine Mindestgröße $2n = 6$ des Systems, die für die Beschreibung notwendig ist. Durch die Berücksichtigung weiterer mechanischer Freiheitsgrade, die die höheren Moden des Systems beschreiben, lässt sich die Güte des Modells weiter steigern [42]. Die Untersuchungen in [13, 14] haben gezeigt, dass durch fünf Moden das strukturdynamische Verhalten sehr gut abgebildet wird. Daraus folgt, dass eine Modellgröße von $2n = 14$ empfehlenswert ist. Für diese Modellordnung beträgt die absolute Fehlerschranke $\delta_{BT} = 3,49\%$. Sollte das noch nicht akzeptabel sein, dann muss die Modellordnung weiter erhöht werden. Für einen Fehler kleiner zwei Prozent muss mindestens das Modell mit $2n = 20$ und $\delta_{BT} = 1,7\%$ verwendet werden.

Das Modell mit $2n = 60$ wurde durch Balanciertes Abschneiden mit der Funktion `balred(...)` aus der MATLAB Control System Toolbox [27] auf 14 Freiheitsgrade reduziert. Die beiden möglichen Eliminationsmethoden „MatchDC“ und „Trun-

5.5. Anwendungsbeispiel PZT-Balken

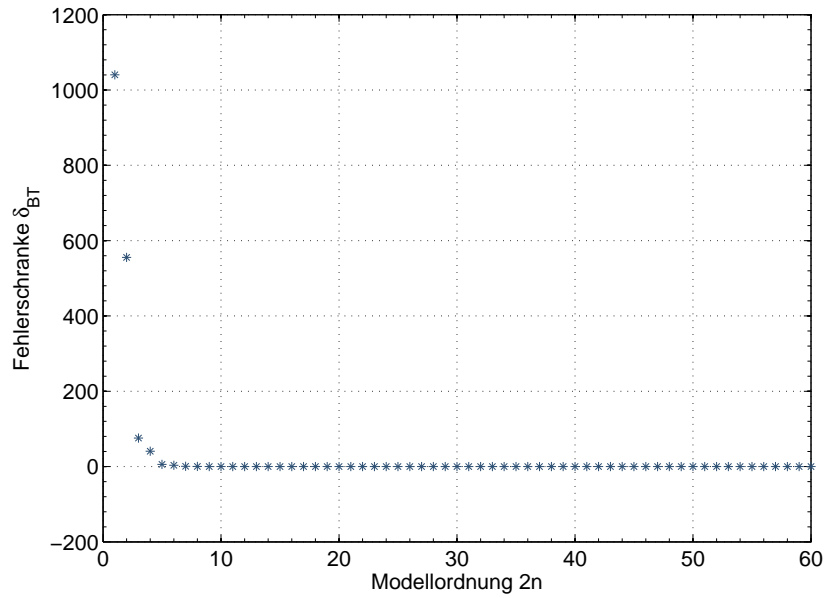


Abbildung 5.6.: Relation der Modellordnung und der absoluten Fehlerschranke

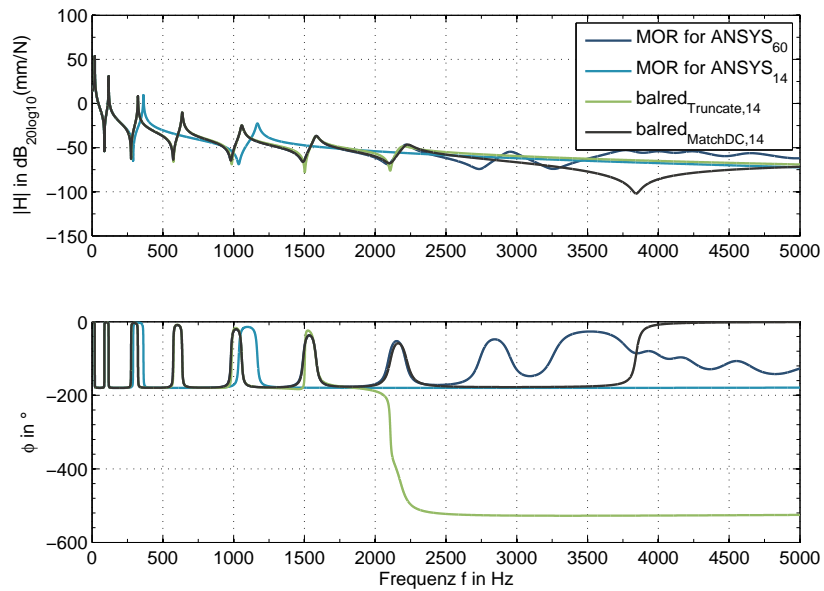


Abbildung 5.7.: Rezeptanz am freien Balkenende für $2n = 14$

5. Methoden und Verfahren der Modellreduktion

cate“ wurden beide getestet. Für die erste Methode ergibt sich eine maximale gedämpfte Eigenfrequenz des Systems von 2,22 kHz. Für die zweite Methode ist der Wert mit 2,18 kHz etwas niedriger. Zum Vergleich wurde ein Modell mit $2n = 14$ mit MOR for ANSYS und dem Algorithmus aus Abschnitt 5.4 erstellt. Dieses System hat eine maximale ungedämpfte Eigenfrequenz von 162,15 kHz und eine maximale gedämpfte Eigenfrequenz von 98,98 kHz. Die Rezeptanz am freien Balkenende ist für alle vier Modelle in Abbildung 5.7 dargestellt. Die beiden mit dem Block-Arnoldi-Verfahren reduzierten Systeme, welche durch MOR for ANSYS mit $2n = 60$ und $2n = 14$ erzeugt wurden, sind durch die dunkel- bzw. hellblaue Linie kenntlich gemacht. Die mittels kaskadierter Reduktion erzeugten Modelle werden durch die grüne und die schwarze Linie repräsentiert. Diese beiden Modelle bilden das Verhalten des Systems bis 2250 Hz gut ab, wobei die Nullstellen der Funktion bereits ab der dritten bei 574 Hz abweichen, wenn die Eliminationsmethode „Truncate“ verwendet wird. Die Genauigkeit der Lage verschlechtert sich für alle weiteren Nullstellen. Das Modell mit $2n = 14$, welches mittels Block-Arnoldi-Verfahren erzeugt wurde, weist ein Verhalten auf, welches bereits in Abbildung 5.4 zu beobachten war. Es stimmen circa $\frac{1}{3}$ der Pole des Systems mit den physikalischen Eigenfrequenzen des unreduzierten Systems überein. Für sieben Freiheitsgrade des linearen Deskriptorsystems zweiter Ordnung sind das zwei Pole. Das ist in Abbildung 5.7 deutlich zu erkennen, da bereits die dritte Eigenfrequenz sichtbar abweicht. Zusammenfassend ist daher festzustellen, dass die Modelle, die durch die Kaskadierung des Krylow-Unterraum-Verfahrens und des Balancierten Abschneidens generiert werden, eine deutlich geringere maximale Eigenfrequenz haben und eine höhere Genauigkeit im Frequenzbereich besitzen, als solche die ausschließlich mittels Block-Arnoldi-Verfahren erzeugt wurden. Von den beiden verfügbaren Eliminationsmethoden des Balancierten Abschneidens sollte „MatchDC“ verwendet werden, da diese die Lage der Nullstellen deutlich besser trifft. Folglich ist eine Anwendung der Verkettung der Reduktionsverfahren zielführend für die Erstellung echtzeitfähiger Modelle zur Realisierung von HiL-Simulationen.

6. Ermittlung des dynamischen Verhaltens eines Güterwagens

6.1. Anwendungsbeispiel

Im Rahmen des Forschungsvorhabens „Energieautarke Tilger-Sensor-Module“ (EA-TSM, Förderzeichen: W40027) wurden verschiedene Zielplattformen für das Energy Harvesting evaluiert. Als Referenzbeispiel für den Schienengüterverkehr wurde ein Gepäckwagen des Typs Pwi-28 (Abbildung 6.1), Baujahr 1928, untersucht, welcher für die vorliegende Arbeit als Anwendungsplattform dient. Der Wagen gehört dem Eisenbahnmuseum Darmstadt-Kranichstein und wurde für Versuche zur Verfügung gestellt. Das Laufwerk des Pwi-28 entspricht dem eines gedeckten zweiachsigen Güterwagens dieser Zeit. Es ist als freier Lenkradsatz (Abbildung 6.2) ausgeführt und besteht aus einer Trapezfeder, die an einem Ein-fachschakengehänge befestigt ist. Der Wagen hat inklusive der Radsätze, welche jeweils 1 t wiegen, eine Gesamtmasse von 19 t. Die Spurweite und der Achsabstand betragen 1435 mm beziehungsweise 8500 mm [156]. Im Verhältnis zu den aktuell in Drehgestellen eingesetzten Lenkradsätzen ist diese Bauform aufgrund der achtlagigen Blattfeder, mit einer gestreckten Länge von 2100 mm fast doppelt so lang. Die gestreckte Länge der Parabelfedern des WU 83-Drehgestells beträgt beispielsweise 1200 mm.

6.2. Laufwerksarten im Schienengüterverkehr

Die Aufgabe eines Laufwerkes ist das Tragen und Führen des Schienenfahrzeuges. Das dynamische Verhalten des Laufwerks beeinflusst, abhängig von dessen Bau-



Abbildung 6.1.: Versuchswagen Pwi-28 114 366 Mz.

6. Ermittlung des dynamischen Verhaltens eines Güterwagens



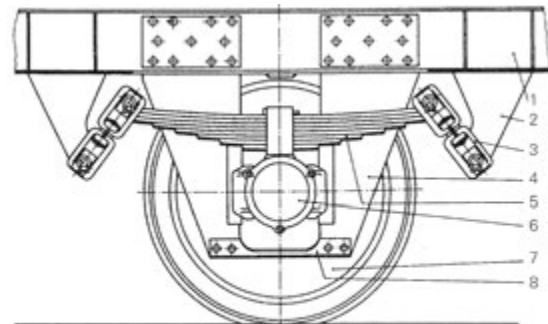
Abbildung 6.2.: Laufwerk des Versuchswagens Pwi-28 114 366 Mz

weise, das Vibrationsniveau, welches zur Energieerzeugung genutzt werden soll. Gegenwärtig werden im europäischen Schienengüterverkehr hauptsächlich zwei Laufwerks-Grundtypen eingesetzt. Das sind freie Lenkradsätze und Drehgestelle in Blatt- oder Schraubenfederausführung. Deren Aufbau und Funktionsweise wird im folgenden Abschnitt vorgestellt, da dieses für das Verständnis der anschließend dargestellten Mess- und Simulationsergebnisse sowie für die weiterführende Verwendung der Ergebnisse dienlich ist.

6.2.1. Freier Lenkradsatz

Die Entwicklung des freien Lenkradsatzes geht auf die neunziger Jahre des 19. Jahrhunderts zurück. Zu dieser Zeit wurde ein Ersatz für die starr geführten Radsätze gesucht, um höhere Fahrgeschwindigkeiten zu ermöglichen und den Spurkranzverschleiß in Gleisbögen zu verringern. Der prinzipielle Aufbau des freien Lenkradsatzes ist in Abbildung 6.3 dargestellt. Die pendelnde Federaufhängung des Wagenkastens (1) wird bei dieser Laufwerksart überwiegend als Doppelrechteck-Schakengehänge (3) realisiert. Diese ermöglichen eine ca. 20 mm Relativverschiebung längs und quer zur Fahrtrichtung zwischen Wagenkasten und Radsatz (7). Durch Verschiebung des freien Lenkradsatzes aus der Mittellage oder durch Verdrehungen gegenüber dem Wagenkasten treten Rückstellkräfte auf, die bestrebt sind die Mittellage wiederherzustellen. Die Rückstellkräfte wirken mit den Kräften zwischen Rad und Schiene zusammen, so dass sich der Lenkradsatz in Kurvenfahrten auf das Gleis einstellen [63] kann, wodurch der Verschleiß an Spurkranz und Schienenkopf verringert wird. Außerdem bewirken die Schakengehänge eine Dämpfung der horizontalen Fahrzeugschwingungen. Die Abstützung der Blattfederpakete erfolgt über die Radlagergehäuse (6) der Radsätze. Anfänglich wurden Trapezfedern als Blattfedern verwendet. Der Nachteil der Trapezfedern ist, wie im oberen Teil von Abbildung 6.4 zu erkennen, die lineare Kennlinie. Dadurch wird ein leerer Güterwagen bei kleinen Federwegen sehr hart gefedert. Durch den Einsatz von Parabelfedern konnte dieses Verhalten verbessert werden. Hierbei wird jedes Federblatt als Biegeträger gleicher Festigkeit ausgeführt, indem

6.2. Laufwerksarten im Schienengüterverkehr



Legende:
1 - Langträger, 2 - Federbock, 3 - Federaufhängung, 4 - Radsatzhalter, 5 - Blattfeder
6 - Radsatzlager, 7 - Radsatz, 8 - Steg

Abbildung 6.3.: Prinzipskizze des freien Lenkradsatzes [136, S. 472]

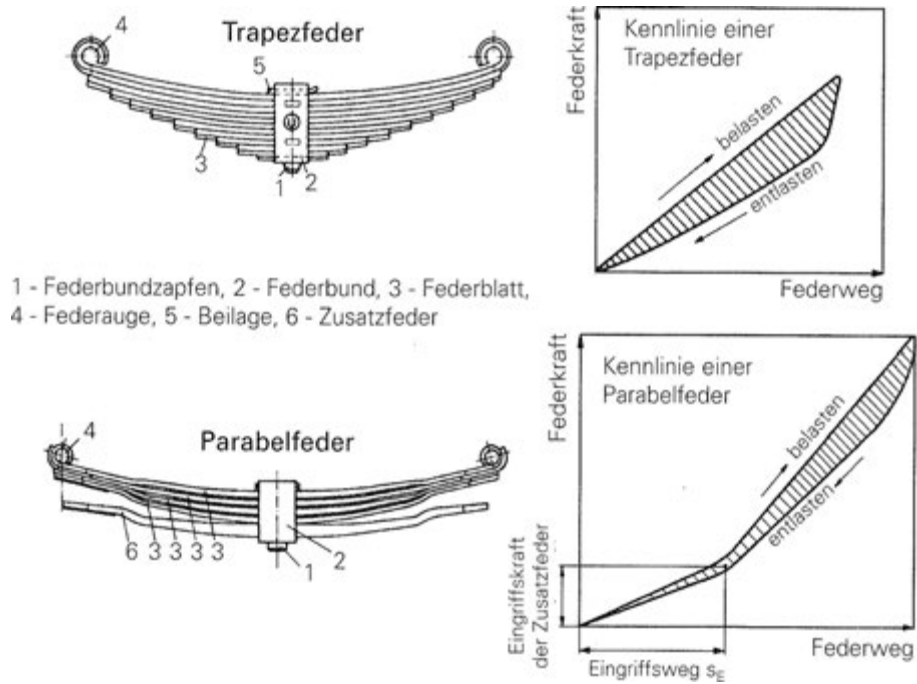


Abbildung 6.4.: Blattfedern als Trapez- und Parabelfedern [136, S. 468]

6. Ermittlung des dynamischen Verhaltens eines Güterwagens

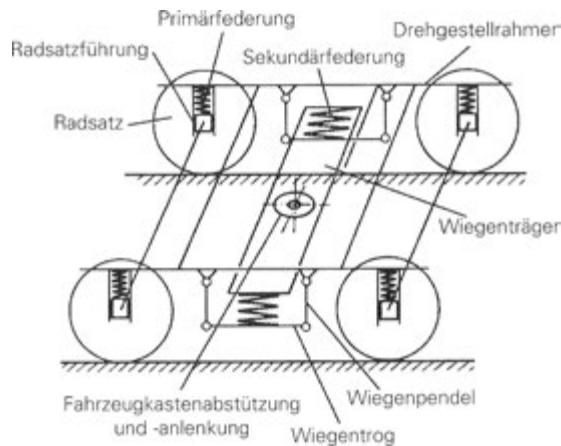


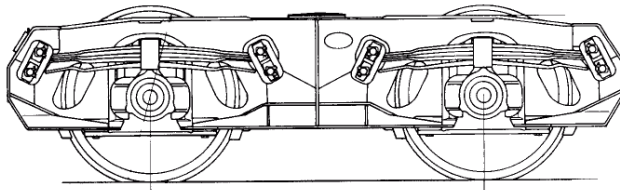
Abbildung 6.5.: Allgemeiner Aufbau eines Drehgestells [136, S. 473]

der Verlauf der Blattdicke von der Mitte zu den Enden durch eine quadratische Parabel beschrieben wird. Außerdem können Parabelfedern durch Zusatzfedern (vgl. Abbildung 6.4) zweistufig ausgeführt werden, um so die Federsteifigkeit im beladenen Zustand anzupassen. Die Dämpfungseigenschaften lassen sich bei dieser Bauform durch definierte Reibflächen an den Federblattendenden gezielt einstellen, wodurch auch der Reibverschleiß zwischen den Federblättern verringert wird. Aus Sicht der Strukturdynamik sind freie Lenkradsätze ein anspruchsvolles System. Aufgrund der Umgebungsbedingungen, welche zu Verschmutzungen und Feuchtigkeit in den Reibflächen führen, variieren die Dämpfungseigenschaften. Zusammen mit den Längs- und Queransschlägen verursachen diese ein stark nichtlineares Schwingungsverhalten bei diesem Laufwerkstyp. Dessen ungeachtet sind freie Lenkradsätze, wegen ihrer einfachen Ausführung, auch heute noch ein weit verbreiteter Laufwerkstyp. In Deutschland werden sie vorwiegend bei kleineren zweiachsigen Schüttgut- und Schiebewandwagen sowie mehrachsigen PKW-Transportwagen eingesetzt.

6.2.2. Drehgestelle

Als Drehgestell werden Laufwerke von Schienenfahrzeugen bezeichnet, bei denen zwei oder mehr Radsätze in einem Rahmen angeordnet sind. Der Rahmen kann sich um die vertikale Achse unter dem Wagenkasten drehen und nimmt die Brems- einrichtungen, Antriebs- und Versorgungsanlagen auf. Diese Lagerung, die sogenannte Drehschemellenkung, ermöglicht auch längeren Schienenfahrzeugen enge Kurvenfahrten. Abbildung 6.5 zeigt den prinzipiellen Aufbau. Im Vergleich mit zweiachsigen Schienenfahrzeugen mit freien Lenkradsätzen zeichnen sich Drehgestellfahrzeuge durch größere Lastaufnahmen aus. Güterwagen-Drehgestelle werden in Deutschland meist einstufig zwischen Radsatz und Drehgestell gefedert. Durch den Einsatz dieser Primärfederung (vgl. Abbildung 6.5) wird die Anzahl

6.2. Laufwerksarten im Schienengüterverkehr

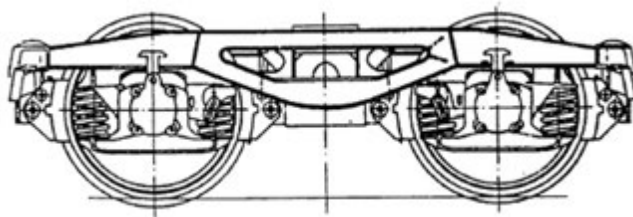


(a) Skizze des Drehgestells WU 83 [70]



(b) WU 83 eines Flachwagens

Abbildung 6.6.: WU 83 Drehgestell Typ DB 665/ WU 83 mit Parabelfedern



(a) Skizze des Drehgestells Y 25 [63] S.46



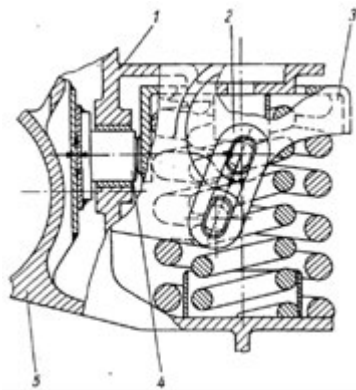
(b) Y 25 eines Selbstentladewagens

Abbildung 6.7.: Drehgestell Y 25 C, Bauform 65 (geschweißte Ausführung)

der ungedachten Massen minimiert und so der Gleisverschleiß reduziert. Anhand der Primärfederung können Drehgestelllaufwerke in zwei Gruppen, die Blattfeder-Drehgestelle (Abbildung 6.6) und die Schraubenfeder-Drehgestelle (Abbildung 6.7), untergliedert werden. Das gegenwärtig am häufigsten genutzte Güterwagen-Drehgestell ist eine Variante des Grundtyps des Schraubenfeder-Drehgestells Y 25 (vgl. Abbildung 6.7). Es wurde 1967 in der geschweißten Bauform von der UIC als Standard-Drehgestell zugelassen.

Die Primärfederung des Y 25-Drehgestells ist durch zylindrische Schraubendruckfedern realisiert. Dafür werden eine längere und eine kürzere Schraubenfeder parallel kombiniert, so dass die Federkonstante bei großen Lasten ansteigt. Schraubenfedern haben im Vergleich zu Blattfedern eine geringe Dämpfung, daher muss ein zusätzliches Dämpferelement integriert werden, welches je nach Beladezustand des Wagens eine lastabhängige Dämpfung erzeugt. Für Y 25-Drehgestelle wird diese durch den in Abbildung 6.8a dargestellten Lenoir-Dämpfer realisiert. Dieser erzeugt aufgrund dynamischer Lasten über die schräg angeordnete Schake (2) eine horizontale Kraftkomponente. Diese Kraft drückt über den Federteller (3) einen Reibstößel (4) an das Radsatzlager (5), wodurch lastabhängige Reibungskräfte in der Radlagerführung entstehen. Aufgrund der beschriebenen Eigenschaften der Dämpfer und der Primärfederung ist das dynamische Verhalten des Y 25-Drehgestells stark nichtlinear [63, 79], was bei der Systemanalyse berücksichtigt werden muss.

6. Ermittlung des dynamischen Verhaltens eines Güterwagens



(a) Skizze des Lenoir-Dämpfers
[63, S. 34]



(b) Foto der Primärfederung

Abbildung 6.8.: Lastabhängiger Reibungsdämpfer - Lenoir-Dämpfer

6.2.3. Anregungsarten eines Schienenfahrzeugs

In Schienenfahrzeugen entstehen Vibrationen durch unterschiedliche Anregungsmechanismen. Häufige Ursachen hierfür sind Gleislagefehler und Radunrundheiten, welche als Fußpunkterregung im Kontaktbereich von Rad und Schiene wirken. Grundsätzlich werden die Anregungsarten eines Schienenfahrzeuges in

- periodische Erregung,
- allgemeine, deterministische Erregung und
- stochastische Anregung

[79] unterteilt. Für die periodischen Erregungen ist die Anregungsfrequenz

$$f = \frac{v}{\lambda} \quad (6.1)$$

abhängig von der Fahrtgeschwindigkeit v und der Wellenlänge λ der ursächlichen Unregelmäßigkeit. Die Klassifikation dieser Unregelmäßigkeiten nach ihrer Wellenlänge ist in der Literatur [30] nicht einheitlich. Dennoch können sie tendenziell in kurzwellig ($\lambda < 300$ mm) und langwellig ($\lambda > 300$ mm) unterschieden werden. Zu den langwelligen Unregelmäßigkeiten zählen die Radunrundheiten. Die Wellenlänge eines exzentrischen Rades ist abhängig von dessen Durchmesser. Bei einem Laufraddurchmesser von 900 mm beträgt sie 2827 mm, so dass der Wagen bei 90 km/h Fahrtgeschwindigkeit eine Anregung mit 8,9 Hz erfährt. Für ovale Räder verdoppelt sich die Frequenz, da sie durch die halbe Wellenlänge $\lambda/2$ hervorgerufen wird. An nicht geschweißten Schienenstößen kommt es bei Überfahrt zum Knicken oder zu Sprüngen in der vertikalen Gleislage, wodurch impulsförmige periodische Erregungen verursacht werden. Auch das Überfahren von Schwellen, welche üblicherweise alle 600 mm verlegt sind, verursacht aufgrund

der Steifigkeitsänderung periodische Erregungen.

Auf den Laufflächen des Rades sowie im Fahrspiegel der Eisenbahnschiene kann es durch Verschleiß zu einer Riffelbildung kommen. Diese zählt zu den hochfrequenten periodischen Anregungen. Für eine Güterzuggeschwindigkeit von 90 km/h und die häufigste Wellenlänge ($\lambda = 50 \text{ mm}$) der Riffel in Deutschland [132] ergibt sich eine Anregungsfrequenz von 500 Hz .

Deterministische Einzelerregungen, die durch Irregularitäten im Gleis hervorgerufen werden, sind häufig. Sie werden durch Weichenüberfahrten, Steifigkeitsänderungen, wie sie bei Brückenauffahrten und der Überfahrt über niveaugleiche Übergänge auftreten oder durch eine Gruppe hohlliegender Schwellen verursacht. Die ständig auftretenden stochastischen Anregungen werden durch verschleißbedingte Oberflächenfehler und durch Gleislagerfehler ausgelöst. Die erste Gruppe verursacht im Kontaktbereich zwischen Rad und Schiene hochfrequente Anregungen, wohingegen die zweite Gruppe niederfrequente Zufallsschwingungen hervorruft.

6.3. Systemidentifikation

Die Kenntnis des Eigenschwingverhaltens der Applikationsplattform und ihrer Betriebslasten ist essentiell für die Auslegung eines Energy-Harvesting-Systems. Aus diesem Grund wurde eine Systemidentifikation des Gepäckwagens [39] und eine erste kurze Betriebslastenmessung durchgeführt. Dem folgte eine detaillierte ganztägige Betriebslastenmessung am 22.04.2011. Die Durchführung und die Ergebnisse dieser Messungen sowie weiterführende Auswertungen werden im folgenden Abschnitt dargestellt.

6.3.1. Ermittlung des Eigenschwingverhaltens

Das dynamische Verhalten einer Struktur wird maßgeblich durch deren Eigenschwingungen gekennzeichnet, welche durch die Eigenfrequenzen und die dazugehörigen Eigenformen sowie die Dämpfungen charakterisiert werden. Zur Bestimmung des dynamischen Verhaltens wird üblicherweise eine experimentelle Modalanalyse (EMA) [43], ein Keilversuch [64] oder eine Frequenzgangmessung durchgeführt. Es wird erwartet, dass die maximalen Beschleunigungen während des Betriebs in vertikaler Richtung auftreten. Diese ist in Abbildung 6.9 mit z' bezeichnet und gehört zu dem mitbewegten Koordinatensystem (x', y', z') des Fahrzeugs. Dieses bewegt sich relativ zum gleisfesten Koordinatensystem (x, y, z) mit der Geschwindigkeit v_0 .

In den für diese Arbeit ausgewerteten Messungen werden, wegen des doppelt symmetrischen Aufbaus des Wagens, die vier Radaufstandspunkte separat betrachtet. Es wurde das Übertragungsverhalten am hinteren linken Rad in der z' -Richtung bestimmt und mit Hilfe des Viertelwagenmodells die globalen Eigenschaften ab-

6. Ermittlung des dynamischen Verhaltens eines Güterwagens

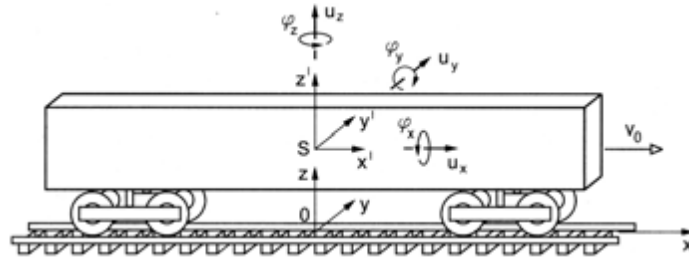


Abbildung 6.9.: Koordinatensysteme für Schienenfahrzeuge [79, S. 18]

Eigenfrequenz	Radsatz f_{RS} [Hz]	Wagenkasten f_{WK} [Hz]
1.	29,3	4,1
2.	64,8	6,3
3.	112,3	14,9
4.	167,5	16,7
5.	187,5	18,8
6.	223,8	21,0
7.	225,0	27,4

Tabelle 6.1.: Resonanzfrequenzen des Radsatzes und Wagenkastens

geleitet. Der während der Messung unbeladene Wagen wurde mit einem 5,4 kg-Impulshammer angeregt und die Systemantwort mit zwei 1000 mV/g Beschleunigungsaufnehmern gemessen. Aufgrund der geringen durch den Impulshammer erzeugten Anregungsamplituden ist kein nichtlineares Verhalten zu erwarten. Es kann daher angenommen werden, dass der ruhende Wagen ein linear zeitinvariantes System ist und somit kann die Übertragungsfunktion aus Fourier-Spektren oder Leistungsdichten bestimmt werden. Hierfür wurden neben der Schätzung des Frequenzgangs aus linearen Fourier-Spektren H_0 weitere Schätzverfahren H_1 , H_2 , H_4 aufbauend auf den Auto- und Kreuzleistungsdichten verwendet, da letztere die Auswirkungen stochastischer Fehler reduzieren [100]. Die Frequenzgänge weisen diverse unterschiedlich stark gedämpfte Resonanzen auf, welche in Tabelle 6.1 aufgelistet sind. Für die Zuordnung dieser Maxima und der Moden des Systems wurde ein analytisches Viertelmodell des Wagens erstellt und dessen Dynamik durch einen Zweimassenschwinger (vgl. Abbildung 6.10) beschrieben. Die Punktmasse m_w repräsentiert den Wagenkasten und das Wagengestell. Sie beträgt ein Viertel der Wagengesamtmasse abzüglich der Radsatzmassen. Der Radsatz wird ebenfalls als Punktmasse beschrieben. Aufgrund seiner Geometrie kann m_r aus dem halben Radsatzgewicht bestimmt werden. Der Einfluss des dynamischen Verhaltens des Gleiskörpers wird durch seine Gesamtsteifigkeit und -dämpfung k_g beziehungsweise b_g abgebildet. Da die Schakengehänge hauptsächlich die Dynamik des Güterwagens in der y' -Richtung beeinflussen, können sie in diesem Vertikalmodell vernachlässigt werden. Die Blattfeder wird ebenfalls als

lineare Feder k_f und viskoser Dämpfer b_f abgebildet. Die Steifigkeiten der Radscheibe und der Federböcke sind wesentlich höher als die der Blattfedern und des Gleiskörpers. Sie werden daher als starr angenommen. Durch den Vergleich der analytisch berechneten Starrkörperresonanzen mit den gemessenen Frequenzgängen erfolgte die Zuordnung der Eigenfrequenzen. Demzufolge entspricht die

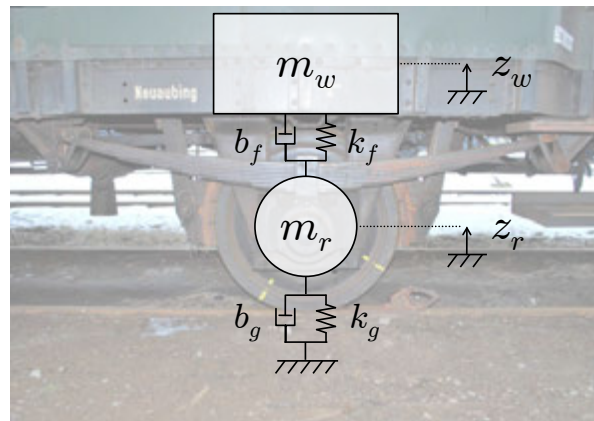


Abbildung 6.10.: Viertelwagenmodell, Quelle: [39]

Resonanzfrequenz bei 4,1 Hz der ersten Starrkörperbewegung des Wagenkastens, wohingegen die Resonanz bei 29,3 Hz hauptsächlich auf eine vertikale Schwingung des Radsatzes zurückzuführen ist.

Die Frequenzgänge enthalten weitere höherfrequente Resonanzen, oberhalb 50 Hz, welche auf elastische Moden zurückgeführt werden können. Beispielsweise tritt bei nicht-angetriebenen Radsätzen ohne Bremsscheiben die erste Biegemode im Bereich 50 – 90 Hz und die zweite bei 100 – 160 Hz auf. Die Breite der Frequenzbereiche macht deutlich, wie stark die Eigenfrequenzen aufgrund von Radsatzausführung und Auflagebedingung variieren können. Ein Überblick der experimentellen und numerischen Analyse des Schwingverhaltens von Radsätzen wird in den Arbeiten von Fingberg [47] und Chaar [24] gegeben.

Bei der Verwendung der Messergebnisse ist zu bedenken, dass die Steifigkeit und Dämpfung des Laufwerks stark amplitudenabhängig sind. Bei großen Federwegen stellt sich verstärkt eine Hysterese ein. Dieser Vorgang wird in Abbildung 6.4 verdeutlicht. Beim Belasten liegen die Blattfedern aufeinander. Wird das Laufwerk entlastet, dann ergibt sich durch das Abheben der Federblätter eine geringere Steifigkeit. Aufgrund dieser Parameteränderungen im Fahrbetrieb werden sich die Resonanzfrequenzen immer wieder verändern, was bei der Auslegung des Energy-Harvesting-Systems zu berücksichtigen ist.

6. Ermittlung des dynamischen Verhaltens eines Güterwagens

Übertragbarkeit der Messergebnisse auf Drehgestelle

Für die Auslegungsmethodik des Energy Harvesters ist es wichtig, die Übertragbarkeit der erzielten Ergebnisse am freien Lenkradsatz auf aktuelle Drehgestelle zu prüfen. Dazu wird die freie und ungedämpfte Schwingung analysiert. Die erste Gleichung von Gl. (2.1) vereinfacht sich zu

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = 0 \quad (6.2)$$

mit

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_r & 0 \\ 0 & m_w \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_g + k_f & -k_f \\ -k_f & k_f \end{bmatrix}.$$

Für die Berechnung der Eigenfrequenzen des Systems wird aus der Determinante

$$\det(\lambda^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}) = 0 \quad (6.3)$$

das charakteristische Polynom und dessen Nullstellen bestimmt

$$(\lambda^2 m_r + k_g + k_f)(\lambda^2 m_w + k_f) - k_f^2 = 0. \quad (6.4)$$

Die Steifigkeit des Gleises k_g ist für die beiden Laufwerkstypen gleich und deutlich größer als die der Federung $k_g \gg k_f$, da der Wagenkasten konstruktionsbedingt weich aufgehängt ist, um eine möglichst gute Schwingungsisolierung zu erzielen. Wird Gl. (6.4) durch k_g^2 geteilt verschwindet, wegen $\frac{k_f}{k_g} \approx 0$, der letzte Summand und die Eigenfrequenzen lassen sich direkt durch das Null setzen der Klammern bestimmen. Daraus resultiert

$$\lambda_w = \pm \sqrt{-\frac{k_f}{m_w}} \quad (6.5)$$

$$\lambda_r = \pm \sqrt{-\left(1 + \frac{k_f}{k_g}\right) \frac{k_g}{m_r}}. \quad (6.6)$$

Das Minuszeichen unter der Wurzel verdeutlicht, dass die Eigenkreisfrequenz der Imaginärteil der komplexen Lösung dieser Gleichung ist. Somit folgt aus Gl. (6.6), dass die vertikalen Resonanzen des Radsatzes kaum von der Steifigkeit der Federung abhängen. Die Lage der Biegeeigenfrequenzen werden demnach sowohl für den freien Lenkradsatz als auch für das Drehgestell nur durch die Radsatzdimension und die Steifigkeit des Gleiskörpers beeinflusst. Eine Übertragbarkeit der Ergebnisse ist daher möglich. Wegen der unterschiedlichen Dämpfungseinrichtungen der beiden Laufwerkstypen, muss die Schwingungsamplitude für jeden Typ gesondert ermittelt werden.

6.3.2. Ermittlung der Betriebslasten

Durchführung der Messung

Für die Auslegung des Energy-Harvesting-Systems und die Durchführung der HiL-Simulationen ist es notwendig, die Betriebslasten des Güterwagens zu kennen. Hierfür wurde am 22.04.2011 eine Messkampagne auf der in Abbildung 6.11 dargestellten Strecke Darmstadt – Bensheim – Worms durchgeführt. Die Fahrten erfolgten im Rahmen des regulären Fahrplans und enthalten somit repräsentative Fahrmanöver wie zum Beispiel Beschleunigen, Abbremsen und Fahrten mit konstanter Geschwindigkeit. Während der Messkampagne wurde die Strecke Darmstadt – Bensheim einmal und die Strecke Bensheim – Worms – Bensheim zweimal bedient. Dabei wurden Messungen der im Betrieb auftretenden Beschleunigungen

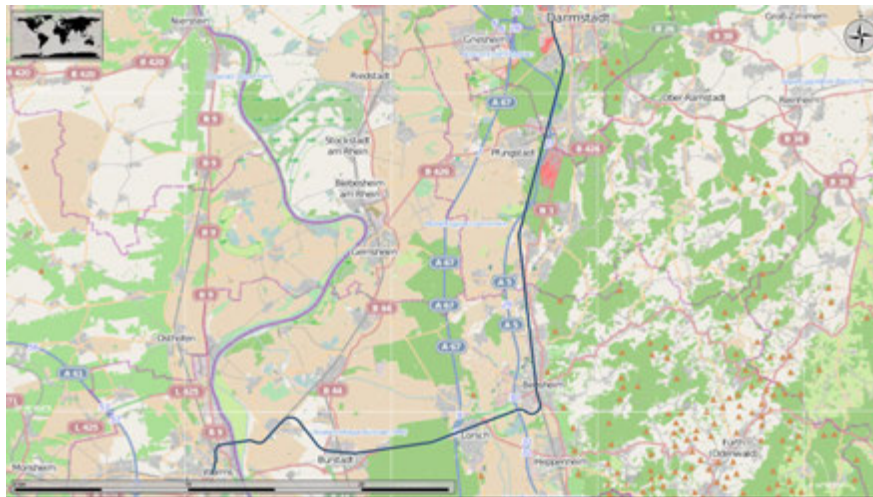


Abbildung 6.11.: Teststrecke Darmstadt – Bensheim – Worms

durchgeführt und diese mit der Wagenschwindigkeit und den Positionsdaten verknüpft. Für die Messung wurde am Achslagerdeckel ein triaxialer Beschleunigungsaufnehmer Dytran 3263A3T mit der Empfindlichkeit von 50 mV/g appliziert. Die Beschleunigung am Wagenkasten detektierte ein monoaxialer PCB 352 C33 Beschleunigungsaufnehmer mit einer Empfindlichkeit von 100 mV/g . Die Erfassung der Geschwindigkeit erfolgte mit einem Hall-Sensor des Typs Honeywell SS495A und 4 Neodym-Magneten, welche äquidistant über den Radumfang verteilt wurden. Die Position des Wagens wurde mit einem GPS-Empfänger NL-302U SIRF3 von NAVILOCK[®] ermittelt. Die Genauigkeit des Empfängers beträgt 10 m. Sie wurde durch die Verwendung des European Geostationary Navigation Overlay Service (EGNOS) auf 1–2 m verbessert. Die Messdaten aller Sensoren wurden mit dem mobilen Datenerfassungssystem DEWETRON DEWE-501 mit einer Abtastrate von 5 kHz erfasst.

6. Ermittlung des dynamischen Verhaltens eines Güterwagens

Auswertung der Messdaten

Die Auswertung der Messdaten erfolgte mit Hilfe der Kurzzeit-Fourier-Transformation. Dieses Verfahren ermöglicht den Frequenzinhalt eines zeitvarianten Signals darzustellen. Hierfür wird das Signal abschnittsweise mit einer Fensterfunktion multipliziert und die Fourier-Transformation angewendet. Die Abschnitte werden nacheinander als Funktion der Zeit oder Geschwindigkeit, als Spektrogramm dargestellt, um so den Grad der Abhängigkeit des Signals von diesen Größen zu verdeutlichen. Zur Vermeidung des Leakage-Effekts wurde ein Hanning-Fenster verwendet. Außerdem wurden die Fenster um $\frac{7}{8}$ der Segmentlänge überlappt, um eine verbesserte Darstellung zu erreichen.

Die Abbildungen 6.12 und 6.13 zeigen exemplarisch zwei Spektrogramme der Beschleunigungen des Radsatzes bzw. des Wagenkastens auf der Teilstrecke Lorsch – Bürstadt. Die übrigen Spektrogramme dieser Messkampagne sind zum Vergleich im Abschnitt A.1 hinterlegt. Durch die Analyse aller Spektrogramme, hinsicht-

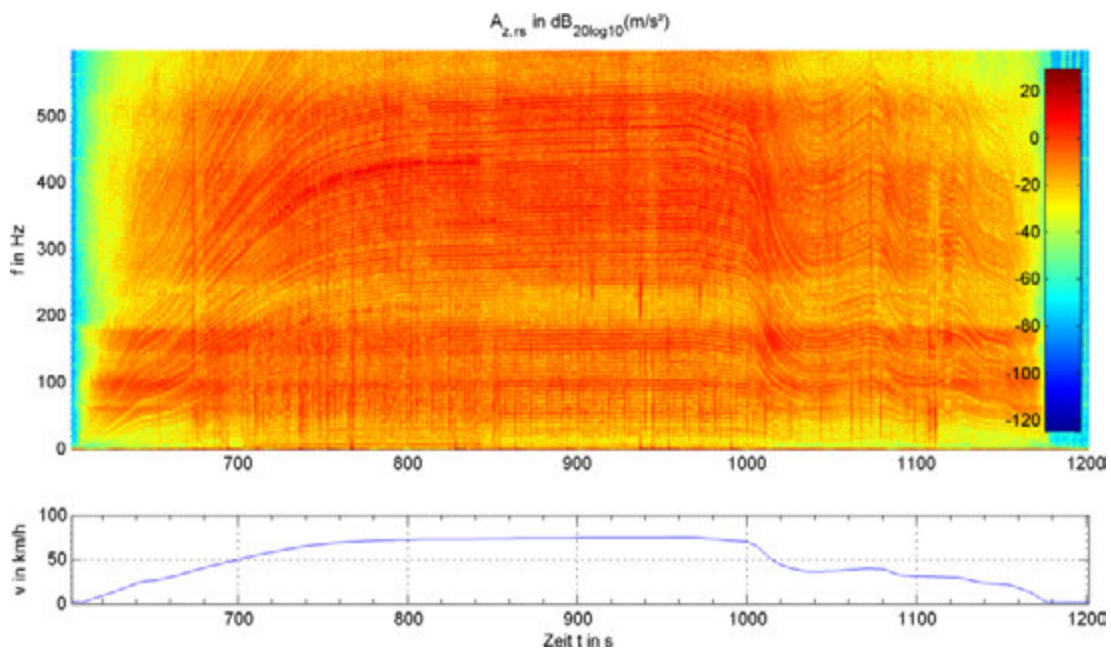


Abbildung 6.12.: Spektrogramm der Beschleunigung des Radsatzes

lich der typisch auftretenden Muster, konnten diese unterschiedlichen Anregungen des Versuchswagens zugeordnet werden. Insbesondere die periodischen und deterministischen Anregungen sind im Spektrogramm gut zu erkennen. Treten beispielsweise regelmäßige vertikale Linien auf, kann davon ausgegangen werden, dass das Überfahren von Schienenstößen die Ursache ist, wenn der Abstand der üblichen Schienenlänge von 30 m entspricht [39]. Des Weiteren sind geschwindigkeitsabhängige periodische Erregungen zu erkennen. Durch alle Spektrogramme zieht sich, proportional zum Geschwindigkeitsverlauf, eine Schar von Linien. Die

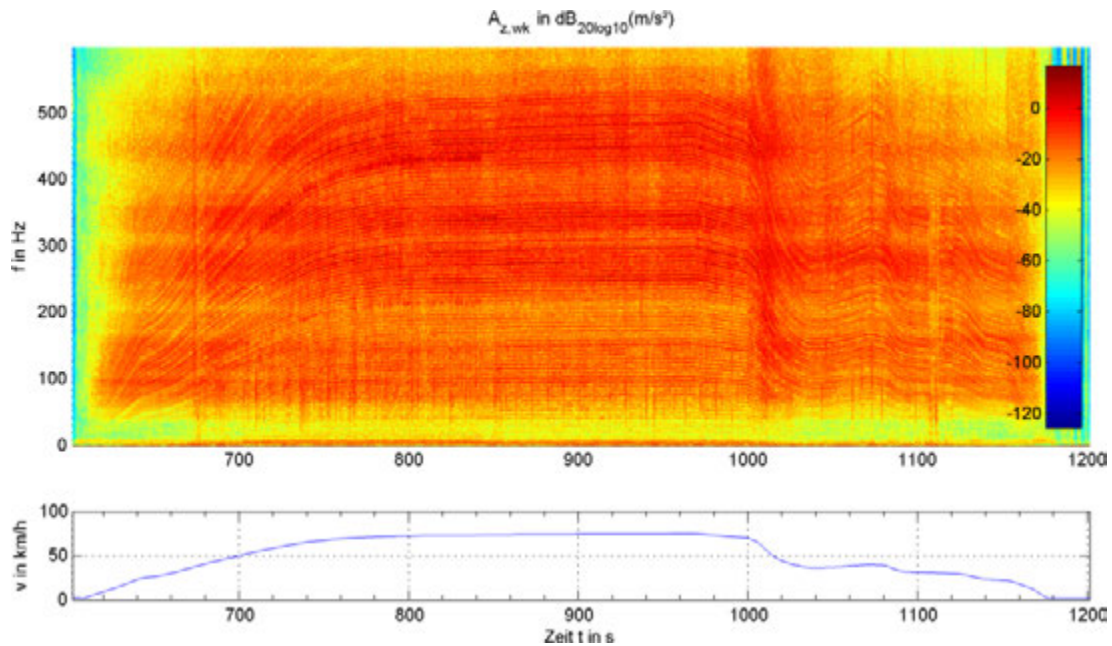
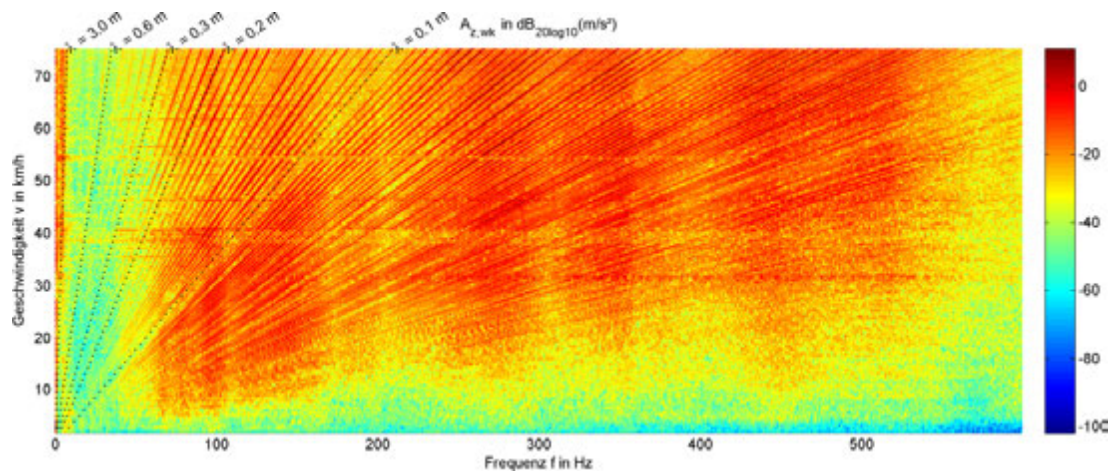


Abbildung 6.13.: Spektrogramm der Beschleunigung des Wagenkastens

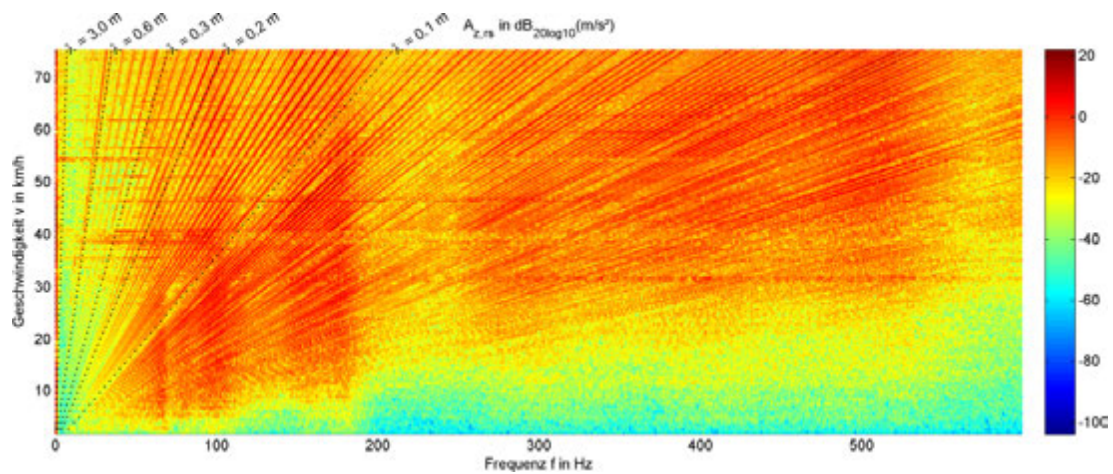
benachbarten Maxima eines einzelnen Spektrums treten dabei immer im gleichen Frequenzabstand auf. Bei der Darstellung über der Zeit lassen sich diese Effekte nur schlecht verdeutlichen. Daher werden sie im nachfolgenden Abschnitt mittels Spektrogrammen über der Frequenz und Geschwindigkeit näher untersucht. Zu diesem Zweck wurden von dem Hochlauf auf der Teilstrecke Lorsch – Bensheim im Zeitabschnitt $2010\text{ s} < t < 2210\text{ s}$ (vgl. Abbildung A.4c) Spektrogramme erstellt. Diese in Abbildung 6.14 dargestellten Diagramme erlauben eine einfache Identifikation der geschwindigkeitsabhängigen Frequenzanteile. Die eingezeichneten Geraden durch den Nullpunkt entsprechen der Wellenlänge des Radumfangs ($\lambda = 3\text{ m}$), des Schwellenabstands ($\lambda = 0,6\text{ m}$) und der Grenze ($\lambda = 0,3\text{ m}$) zwischen lang- und kurzwelligen Anregungen. Zur Orientierung wurden noch zwei weitere Wellenlängen ($\lambda = 0,1\text{ m}$, $\lambda = 0,2\text{ m}$) dargestellt. Am Wagenkasten ist die Erregung durch die Grundharmonische der Radumdrehung und durch die Schwellenüberfahrt kaum zu erkennen. Sichtbare Erregungen treten hier erst ab einer Wellenlänge von $0,2\text{ m}$ auf. Für den Radsatz kann diese Aussage weitestgehend übernommen werden. Jedoch ist hier bereits, wegen der fehlenden Schwingungs-isolation, die Grundharmonische der Schwellenerregung deutlich zu erkennen. Die Resonanzen des Systems heben sich als vertikale Bänder oder Linien ab. Am Radsatz treten die zweite und dritte Eigenfrequenz als Linien hervor. Die vierte und fünfte Eigenfrequenz verursachen das Maximum in dem vertikalen Band zwischen $150 - 190\text{ Hz}$.

Die Einzelerregungen sind horizontale Linien. Auf den Fahrten 1.3, 2.1, 3.3 und 4.1, welche in Tabelle A.1 aufgelistet sind, treten jeweils in den Bereichen $2387 -$

6. Ermittlung des dynamischen Verhaltens eines Güterwagens



(a) Wagenkasten



(b) Radsatz

Abbildung 6.14.: Spektrogramm eines Hochlaufs auf der Strecke Lorsch–Bensheim

2438 s, 40–87 s, 1948–1997 s und 202–251 s breitbandige Erregungen auf. Dieser Streckenabschnitt wurde mittels der GPS-Koordinaten der Kurve vor der Einfahrt in dem Bahnhof Worms zugeordnet. Die Erregung wird vermutlich durch das wiederholte Anlaufen des Spurkranzes am Schienenkopf hervorgerufen. Der Effekt ist reproduzierbar und unabhängig von der Fahrtrichtung. Die Kurvendurchfahrt südlich des Bahnhof Bensheim erzeugt hingegen keine solche Anregung. Diese Strecke wurde beispielsweise auf der Fahrt 1.3 im Zeitraum 120–210 s durchfahren und weist reproduzierbar drei prägnante Einzelerregungen auf. Beide Kurven wurden mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten durchfahren, so dass ein geschwindigkeitsproportionaler Effekt ausgeschlossen werden kann. Es liegt daher die Vermutung nahe, dass die verschiedenartigen Erregungen durch unterschiedliche Kurvengeometrien und ein dadurch bedingtes verändertes Anlaufverhalten

verursacht werden.

Analyse typischer Fahrmanöver

Die Spektrogramme über der Zeit und der Geschwindigkeit geben einen guten Überblick des dynamischen Verhaltens des Güterwagens während der Fahrt. Für die Auslegung und die Labortests des Energy Harvesters ist es notwendig, die anregenden Beschleunigungen bei typischen Fahrmanövern zu kennen. Aus den Daten der zweiten Fahrt im Abschnitt Bürstadt – Lorsch wurden Überfahrten von zwei Weichen und einem Bahnübergang ausgewertet. In Tabelle 6.2 sind die GPS-

Nr.	Manöver	GPS-Koordinaten	Geschwindigkeit	Strecke
1.	Weiche	N49°38'43.32", E8°27'54.04"	36 km/h	50 m
2.	Übergang	N49°38'42.35", E8°28'10.47"	50 km/h	20 m
3.	Weiche	N49°39'27.44", E8°33'37.10"	28 km/h	50 m

Tabelle 6.2.: Liste der ausgewerteten Fahrmanöver

Koordinaten, die Fahrgeschwindigkeit und die Länge der Streckenabschnitte der Fahrmanöver aufgelistet. Für die Analysen wurde das Beschleunigungsspektrum am Radsatz und Wagenkasten mit der Welchschen Methode in MATLAB (vgl. [66]) geschätzt. Dafür wurden als Parameter der schnellen Fourier-Transformation (FFT)¹ 4096 Linien und eine Überlappung von 75 % verwendet. Die niederfrequenten Anteile des Signals wurden durch einen 5 Hz-Butterworth-Hochpassfilter entfernt und so das Signal von Fehlern bereinigt, die prinzipbedingt an der unteren Grenze des Messbereichs (1,5 Hz) eines Beschleunigungsaufnehmers auftreten. Wie bereits eingangs erwähnt zeigen die Spektrogramme deutliche Maxima am Radsatz bei 100 Hz und 160 Hz. Durch die beiden Weichenüberfahrten wird speziell der Frequenzbereich um die 100 Hz angeregt, was in Abbildung 6.15 und Abbildung 6.16 auch deutlich zu sehen ist. Durch die Überfahrt des Bahnübergangs (vgl. Abbildung 6.17) wird dieser Bereich ebenfalls angeregt. Die Hauptanregung findet für dieses Manöver jedoch im Bereich 300–400 Hz statt. Die Amplitudenwerte der drei Fahrmanöver im Frequenzbereich um 100 Hz sind in Tabelle 6.3 aufgeführt. Zur besseren Einordnung der Manöver wurde aus der ge-

Nr.	Manöver	Frequenz	Beschleunigung
1.	Weiche	97,66 Hz	1,85 m/s ²
2.	Übergang	98,88 Hz	1,32 m/s ²
3.	Weiche	93,99 Hz	2,19 m/s ²

Tabelle 6.3.: Beschleunigungsamplituden bei 100 Hz

¹engl.: Fast Fourier Transform

6. Ermittlung des dynamischen Verhaltens eines Güterwagens

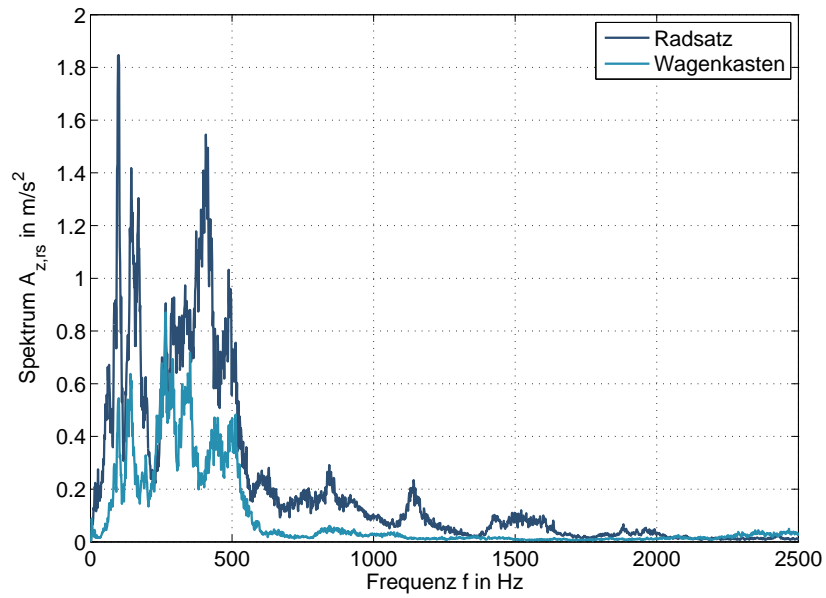


Abbildung 6.15.: Spektrum der Weichenüberfahrt, 1. Manöver

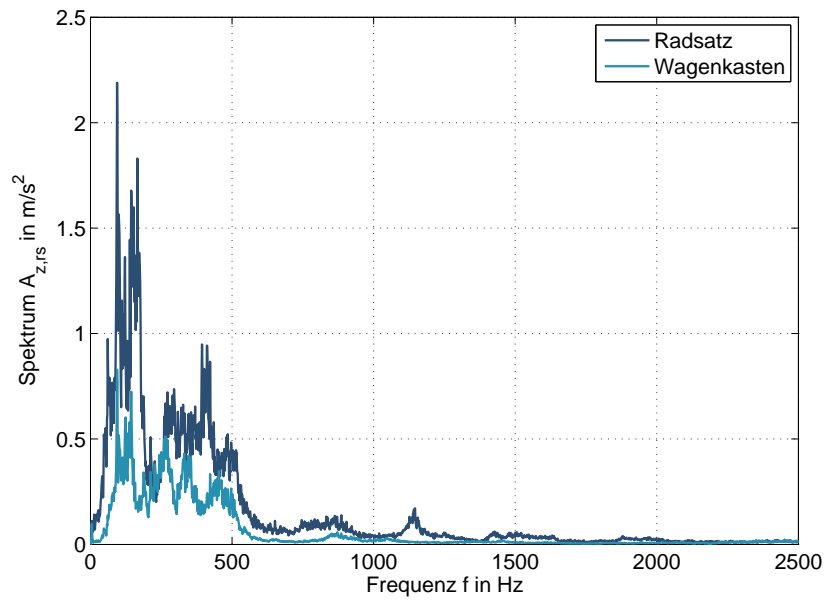


Abbildung 6.16.: Spektrum der Weichenüberfahrt, 3. Manöver

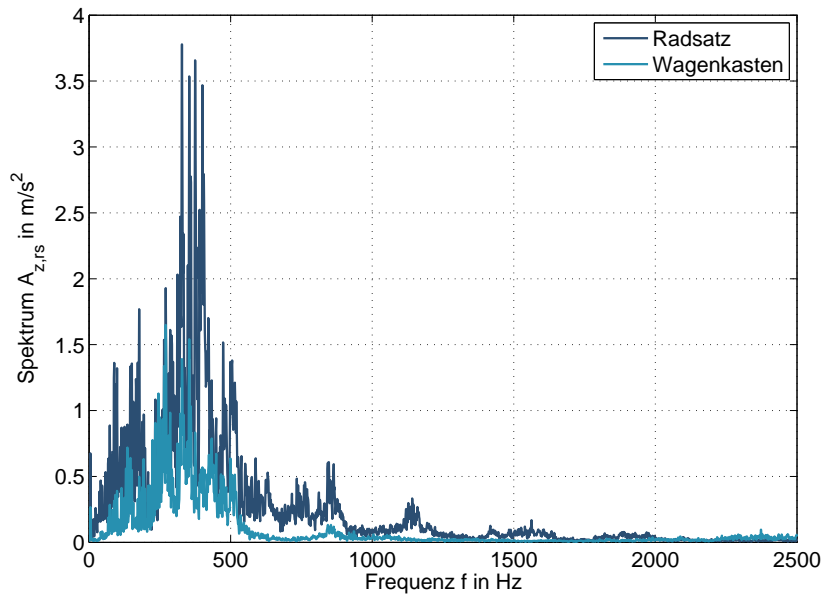


Abbildung 6.17.: Spektrum des Bahnübergangs

samen zweiten Messfahrt ein maximales und mittleres Spektrum am Radsatz und Wagenkasten gebildet. Hierfür wurde die gesamte Fahrt in 2823 Fenster unterteilt und von jedem eine FFT mit 4096 Linien erstellt. Aus diesem Datensatz wurde für jede Frequenzstützstelle der arithmetische Mittelwert bestimmt. Das resultierende Spektrum der mittleren Beschleunigungen ist in Abbildung 6.18 dargestellt. Die maximale Beschleunigung am Radsatz tritt in diesem Diagramm bei 96,44 Hz auf. Mit $0,9 \text{ m/s}^2$ ist ihr Betrag knapp die Hälfte dessen der Weichenüberfahrten. Werden die Standzeiten des Wagens ausgeschlossen, stellt diese Kurve die Untergrenze der Beschleunigungen dar, aus denen während der Fahrt Energie gewonnen werden kann. Aus der Bildung der Maximalwerte an den Frequenzstützstellen der FFT resultiert das Spektrum der maximalen Beschleunigungen in Abbildung 6.19. Im Rahmen der Systemauslegung kann es als Lastobergrenze genutzt werden, um in FEM- oder Schaltungssimulationen die mechanische bzw. elektrische Festigkeit der Komponenten zu ermitteln. Für die Bestimmung der generierbaren Energie ist diese Kurve ungeeignet, da sie deren Wert deutlich überschätzen würde. Mit den in diesem Abschnitt dargestellten Werten und den von Engelbart [39] ermittelten durchschnittlichen und maximalen Beschleunigungsamplituden am Radsatz, stehen hiermit die Eingangsdaten für die Auslegung und die Hardware-in-the-Loop-Tests des Energy-Harvesting-Systems zur Verfügung.

6. Ermittlung des dynamischen Verhaltens eines Güterwagens

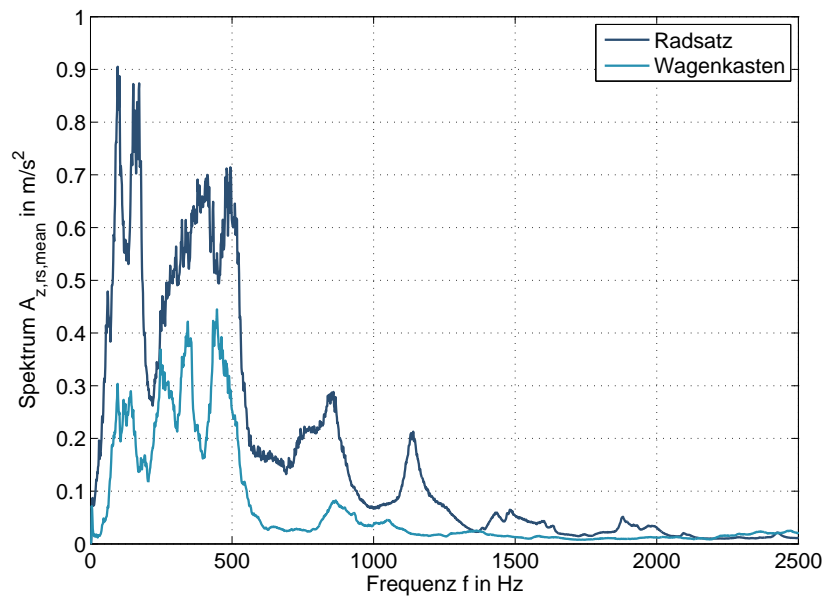


Abbildung 6.18.: Spektrum der mittleren Beschleunigung

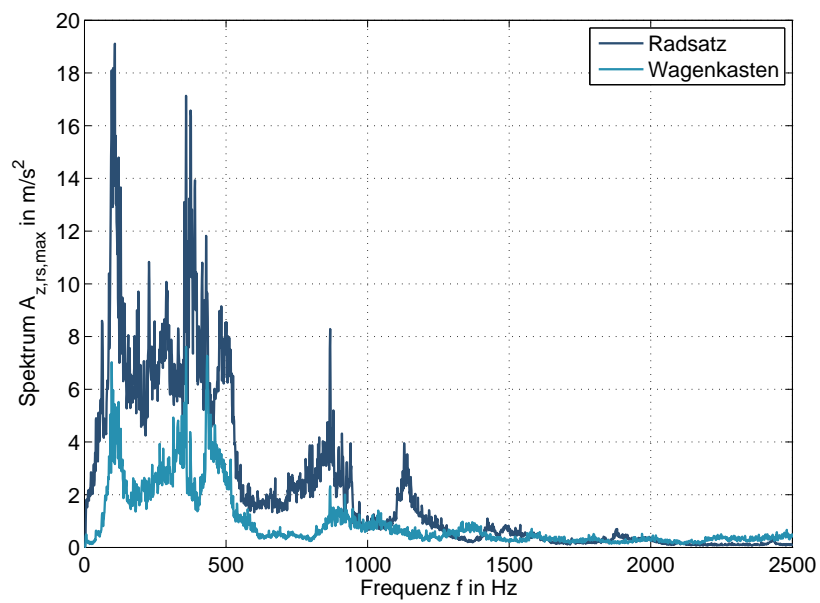


Abbildung 6.19.: Spektrum der maximalen Beschleunigung

6.3.3. Amplitudenverteilung

Wie bereits in Abschnitt 4.1.1 ausgeführt, ist das Verhalten des piezoelektrischen Materials nichtlinear und amplitudenabhängig. Das Materialverhalten kann an einem Arbeitspunkt linearisiert werden. Dafür ist es notwendig die Verteilung der auftretenden Beschleunigungsamplituden zu kennen. Bei der Auswertung der Beschleunigungsspektren zeichnete sich ab, dass bei 100 Hz kontinuierlich ein Maximum auftritt. Die Verteilung der Amplituden soll daher für diese Frequenz am Beispiel der dritten Messfahrt zwischen Bensheim und Worms untersucht werden. Hierfür wurde aus dem Zeitsignal der Radsatz- und Wagenkastenbeschleunigung in z' -Richtung, $a_{z,RS}(t)$ bzw. $a_{z,WK}(t)$, mit einem Butterworth-Filter ein Frequenzband um die Mittenfrequenz 100 Hz extrahiert. Der verwendete Bandpass wurde so ausgelegt, dass der Beginn des Stopbandes bei $\pm 3\%$ und eine Abschwächung des Signals um 80 dB bei $\pm 5\%$ der Mittenfrequenz liegen. Aus dem resultierenden Signal wurden mit Hilfe der WAFO Toolbox² für MATLAB die Extremwerte bestimmt. Die Berechnung der Anzahl der Amplitudenüberschreitungen erfolgte aus der Gesamtheit dieser Maxima und Minima. Das Ergebnis der Analyse ist in Abbildung 6.20 dargestellt. Auf der x-Achse ist die Anzahl der

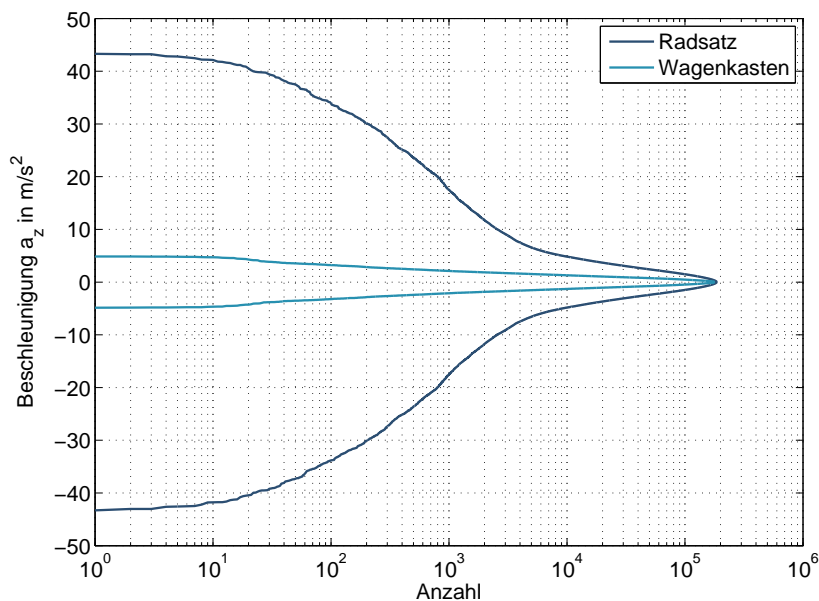


Abbildung 6.20.: Anzahl der Amplitudenüberschreitungen

Amplitudenüberschreitungen logarithmisch und auf der y-Achse die Beschleunigung linear aufgetragen. Mit diesem Diagramm kann der Anteil der Amplituden bestimmt werden, deren Betrag größer als ein bestimmter Wert ist. Für den

²<http://www.maths.lth.se/matstat/wafo/index.html>, [Online; Stand 02. August 2013]

6. Ermittlung des dynamischen Verhaltens eines Güterwagens

Radsatz haben 1,4% und 4,9% der Schwingspiele eine Amplitude, die größer als 10 m/s^2 bzw. als 5 m/s^2 ist. Eine Amplitude größer als 3 m/s^2 oder 2 m/s^2 haben demnach 17,4% bzw. 37,4% der Extremwerte. Für den Wagenkasten treten keine Amplituden größer als 5 m/s^2 auf. Die Werte von 3 m/s^2 und 2 m/s^2 werden für diese Messstelle von 0,1% bzw. 0,8% der Extrema überschritten. Für die Erstellung numerischer Modelle ist es wegen der Amplitudenabhängigkeit des Energy Harvesters notwendig die Beschleunigungsamplitude zu kennen, welche mit der größten Häufigkeit auftritt. Diese Information kann aus Abbildung 6.20 nicht extrahiert werden. Daher wurden die Extremwerte des Signals in 174 Klassen unterteilt. Der Wert resultiert aus dem maximalen Spitze-Tal-Wert des Signals und einer vorgegebenen Klassenbreite von $0,5 \text{ m/s}^2$. Die so klassierten Daten wurden in Abbildung 6.21 als Histogramm dargestellt. Das Histogramm ist er-

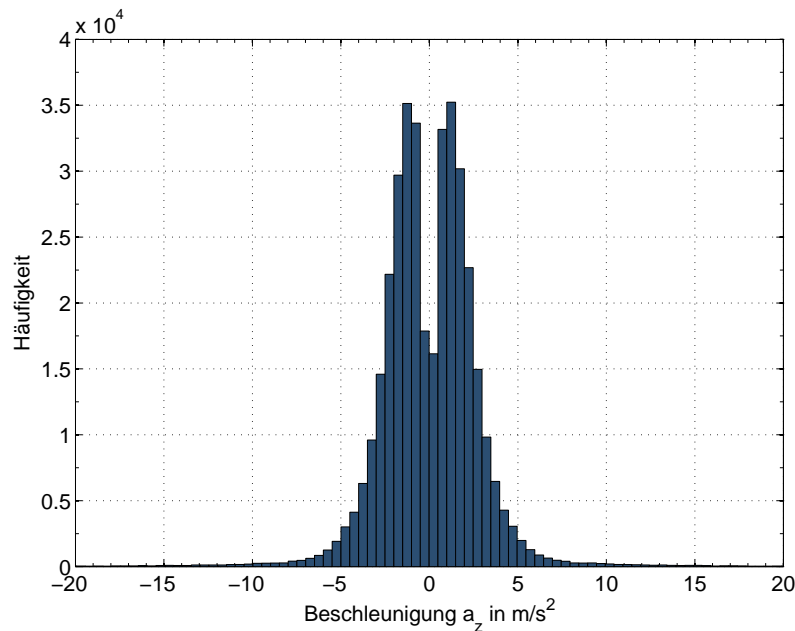


Abbildung 6.21.: Einzelhäufigkeit der Amplituden

wartungsgemäß, wegen der harmonischen sinusförmigen Schwingung, annähernd symmetrisch zum Nullpunkt der x-Achse. Aufgrund der geringen Häufigkeit der Amplituden $20 - 50 \text{ m/s}^2$ wurden diese von der Darstellung ausgenommen. Das Band mit der Mittenbeschleunigung von $1,23 \text{ m/s}^2$ tritt mit 35237-mal am häufigsten auf, gefolgt von seinem linken und rechten Nachbarband, welche 33174- bzw. 30182-mal vorkommen. Werden diese Werte in Relation zur Gesamtzahl der Extremwerte von 370614 gesetzt, dann folgt daraus, dass 53,17% aller Amplituden mit der Frequenz 100 Hz in diesem Bereich liegen. Anhand dieser Werte kann zukünftig das amplitudenabhängige Verhalten eines Energy Harvester experimentell charakterisiert und beurteilt werden. Außerdem kann die Modellbildung für

die Detailauslegung und die HiL-Simulationen mit diesem Systemwissen fundiert durchgeführt werden.

6.3.4. Diskussion der Ergebnisse

Aus den Ergebnissen der Systemidentifikation muss für die mechanische Auslegung und Abstimmung eines Energy-Harvesting-Systems eine Frequenz identifiziert werden, auf welche der Resonator abgestimmt wird. Die Eigenfrequenzen des Wagenkastens unterhalb von 10 Hz wurden dafür ausgeschlossen. Vorangegangene Untersuchungen [85] hatten gezeigt, dass für einen balkenartigen Biegeschwinger die statische Durchsenkung

$$s = \frac{g}{(2\pi f_0)^2} \quad (6.7)$$

unter der Kopfmasse, welche aus der Erdbeschleunigung g und der Abstimmungsfrequenz f_0 abgeschätzt wird, in diesem Fall zu groß wird und Vorspannungen im Wandler induziert. Diese Vorspannungen beeinflussen die Dynamik des Wandlers und müssen bei der Auslegung berücksichtigt werden, wodurch der Auslegungsprozess unnötig kompliziert wird. Außerdem wurde bei der Wiederholung der Frequenzgangmessungen festgestellt, dass die Eigenfrequenzen stark vom Standort des Wagens und der Position des Laufwerks abhängen. Ursache hierfür ist vermutlich die Steifigkeit des Untergrunds und das nichtlineare Verhalten des Laufwerks. Eine Abstimmung auf eine bestimmte Frequenz wird dadurch schwierig oder unmöglich. Die Analyse der Betriebsmessungen ergab ein hohes Beschleunigungsniveau bei 100 Hz und 160 Hz während der Messfahrten. Daher wurde entschieden, die erste Biegeeigenfrequenz des Balkenschwingers auf 99 Hz abzustimmen. Als Applikation wurde eine Temperaturmessung zur Detektion von Heißläufern am Radsatzlager gewählt. Folglich muss der energieautarke Sensor auch dort installiert werden.

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

7.1. Auslegung des Energy-Harvesting-Systems

Eine weit verbreitete Bauweise für Vibrations-Energy-Harvester ist ein Biegebalken mit applizierten piezoelektrischen Wandlern und einer Kopfmasse. Dieser Aufbau wird so ausgelegt, dass seine Eigenfrequenz auf die Erregerfrequenz abgestimmt ist, so dass maximale Dehnungen im Wandler erzeugt werden. Aufgrund der piezoelektrischen Kopplung muss sowohl eine gekoppelte Auslegung der mechanischen als auch der elektrischen Komponenten erfolgen. Neben den genannten Anforderungen müssen die aus dem Bahnbetrieb resultierenden Anforderungen eingehalten werden. Eine besondere Herausforderung stellen die Umweltbedingungen im Bahnbetrieb dar. Hier treten Temperaturen von unter -20°C bis über 40°C , kondensierende Feuchtigkeit, Vibrationen und Schläge [49] auf. Für die Eisenbahnfahrzeuge müssen Höhen- und Breitenbeschränkungen eingehalten werden. Diese Umgrenzungslinie wird Lichtraumprofil genannt. In der Bundesrepublik Deutschland sind dessen Maße in der Anlage 1 zu § 9 Regellichtraum der Eisenbahn-Bau- und Betriebsordnung (EBO) [35] definiert. Der installierte Energy Harvester muss sich somit innerhalb der Umgrenzungslinie befinden, damit er nicht beschädigt wird.

Für die Auslegung des Energy-Harvesting-Systems wurde, aufgrund von Voruntersuchungen [130], der DuraAct-A15-Wandler (vgl. Abbildung B.2) gewählt. Diese Piezoflächenkomposite sind Werkstoffverbünde aus spröden Piezokeramiken und Polymerwerkstoffen mit integrierten Elektroden und elektrischen Anschlüssen. Eine Darstellung der Bauformen von derzeit verfügbaren Flächenkompositen und deren Eigenschaftsprofilen geben Wierach und Schönecker [158]. Als Material der Trägerstruktur wird kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff mit Körperbindung 2/2 (vgl. Abbildung B.1) verwendet. Durch Auswahl des Wandlers und durch die maximale Anregung des Güterwagens bei 100 Hz sind die Breite des Biegeschwingers und dessen erste Eigenfrequenz vorgegeben. Somit bleiben die Balkenlänge und -dicke sowie die Kopfmasse als Entwurfsparameter übrig. Zur Ermittlung der Konfiguration, welche im Wandler die maximale Dehnung erzeugt, wird das Euler-Bernoulli-Balkenmodell aus [14] um die Berechnung der

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

Biegespannung erweitert. Diese wird wie folgt berechnet

$$\sigma_b(x, z, t) = z \sum_{i=1}^{\infty} W_i''(x) \cdot T_{ip}^*. \quad (7.1)$$

Das in diesem Abschnitt verwendete Modell berücksichtigt die ersten fünf Biegemoden des Balkens aus Carbon-faserverstärktem Kunststoff (CFK). Die elektrischen Eigenschaften des DuraAct-Moduls wurden nicht modelliert, da bei dieser Vorauslegung davon ausgegangen wird, dass die an der Oberfläche des Balkens erzeugte Dehnung ideal in den piezoelektrischen Wandler eingeleitet wird. Dieses ist nicht bei allen Konfiguration der Fall und sollte im Zweifelsfall durch ein detailliertes FEM-Modell überprüft werden. Als Materialparameter wurde der Biegeelastizitätsmodul $E = 62 \text{ GPa}$ aus dem Datenblatt verwendet. Da der Hersteller des CFK-Materials keine Dämpfungsparameter zur Verfügung stellt, wurden diese für die erste Biegemode experimentell ermittelt. Dafür wurden aus Vorarbeiten verfügbare adaptive Tilger [129] mit und ohne applizierte DuraAct-A15-Wandler verwendet. Die Längen, Breiten und Höhen der Balken betrugen $110,5\text{--}115 \text{ mm}$, 35 mm beziehungsweise $2,4\text{--}2,7 \text{ mm}$. Die Tilger wurden am Fußpunkt mit einem Shaker angeregt und aus der Halbwertsbreite der Übertragungsfunktion der Dämpfungsgrad der ersten Biegeeigenfrequenz von jeweils drei Balken mit und ohne A15-Wandler bestimmt. Der durchschnittliche Dämpfungsgrad beträgt $0,59\%$ ohne und $0,89\%$ mit den A15-Wandlern. Für die weitere Auslegung ist eine konservative Abschätzung der Dehnung vorteilhaft. Gemäß Gl. (4.58) ist es empfehlenswert den Betrag aufzurunden. Aus diesem Grund wurde das Lehrsche Dämpfungsmaß zu 1% gesetzt. Zur Bestimmung der optimalen Parameter wurde das Modell mit einer Amplitude von $1,5 \text{ m/s}^2$ und einer Frequenz von 99 Hz am Fußpunkt angeregt. Die Balkenlänge wurde zwischen 60 und 120 mm , die Balkendicke zwischen 3 und 6 mm variiert und die maximale Dehnungsamplitude berechnet. Die erste Biegeeigenfrequenz wurde dabei konstant bei 99 Hz gehalten, indem die Kopfmasse jeweils an die aktuellen Dimensionen angepasst wurde. Die Auswertung der Dehnung erfolgte 30 mm von der Einspannung auf der Mittellinie des Balkens. Dieser Punkt entspricht der Wandlermitte, wenn angenommen wird, dass durch die Applikation und den passiven Rand ein Abstand von 5 mm zwischen dem piezoelektrischen Material und der Einspannung entsteht. Die Ergebnisse der Analyse sind in Abbildung 7.1a dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die generierte Dehnung mit zunehmender Balkendicke steigt und mit zunehmender Balkenlänge sinkt. Bei der Optimierung wurden die erste Eigenkreisfrequenz ω_1 , der Dämpfungsgrad ξ_i , $i = 1, \dots, 5$ und der Elastizitätsmodul E konstant gesetzt, so dass die Biegespannung nur durch die Länge l_s und die Höhe h_s des Balkens optimiert werden konnte. Die Kopfmasse wird als abhängige Größe in jedem Schritt angepasst. Sie beeinflusst die Gesamtmasse des Generators. Aus diesem Grund sollte ihr Verlauf (vgl. Abbildung 7.1b) kontrolliert werden, um negative Einflüsse auf die Dynamik und die Leistungsfähigkeit der Anwendung zu vermeiden. Die Kopfmasse übersteigt in dieser Analyse kaum 1 kg , was im Hinblick auf

7.1. Auslegung des Energy-Harvesting-Systems

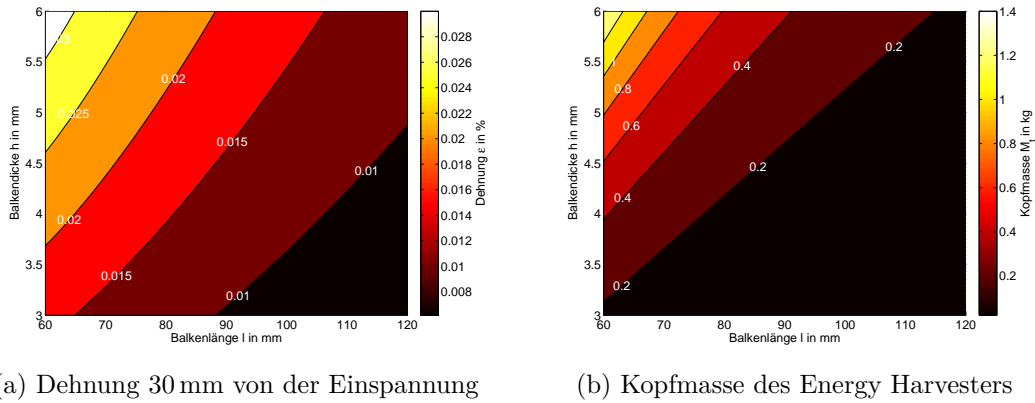


Abbildung 7.1.: Variation Balkenlänge und -dicke bei konstanter Eigenfrequenz

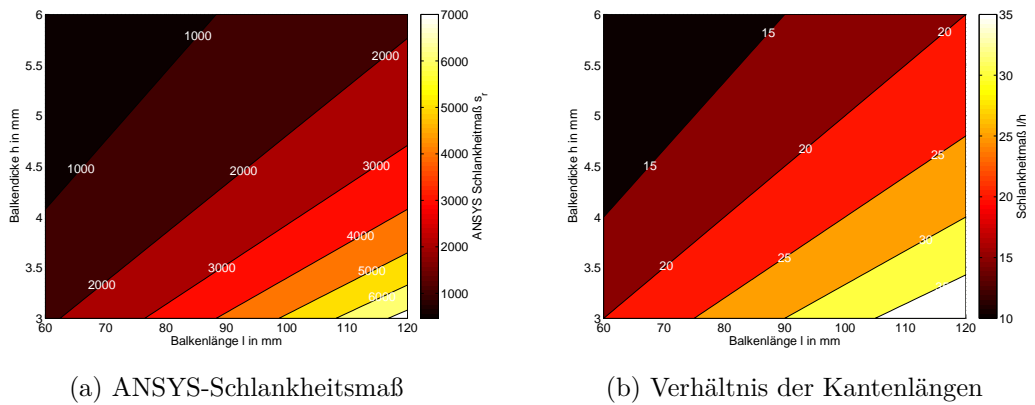


Abbildung 7.2.: Verlauf der Schlankheitsmaße

die Gesamtmasse des Güterwagens vernachlässigbar ist. Die dargestellten Ergebnisse gelten gemäß Euler-Bernoulli-Balkentheorie nur für schlanke Balken. Aus diesem Grund wurden zwei Schlankheitsmaße untersucht. In Abbildung 7.2a ist das ANSYS-Schlankheitsmaß s_r [2] für Balken dargestellt. Dieses sollte den Wert 30 nicht unterschreiten. Das Schlankheitsmaß in Abbildung 7.2b ist das Verhältnis zwischen der Balkenhöhe und -länge, welches die Ungleichung $l/h \geq 10$ [108] erfüllen sollte. Die Analyse der beiden Abbildungen in Abbildung 7.2 zeigt, dass das für alle ausgewerteten Konfigurationen gilt. Zusammenfassend ist festzuhalten, dass als Energy Harvester kurze und dicke Balken vorteilhaft sind. Gemäß dieser Vorgabe wurde ein Balken mit 5 mm Höhe und 35 mm Breite als Basis für die weitere Auslegung festgelegt. Die freie Länge soll 110 mm betragen, kann aber zur Abstimmung der Harvester-Resonanz angepasst werden. Für diesen Entwurf wurde mit dem Euler-Bernoulli-Balkenmodell aus Abschnitt 4.3.1 und den Lasten aus Abschnitt 6.3.2 die generierbare Leistung abgeschätzt.

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

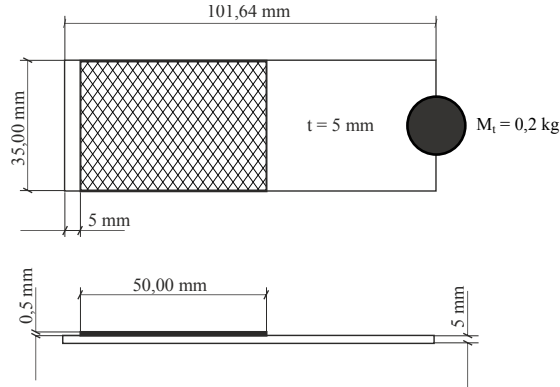


Abbildung 7.3.: Skizze des Auslegungsmodells

Als piezoelektrischer Wandler wurde ein DuraAct-A15-Modul gewählt. Dieses wird in dem EBB-Modell durch das piezoelektrische Material PIC 255, welches die Dimension $50 \times 35 \times 0,5 \text{ mm}^3$ hat, beschrieben. Die Applikation des Wandlers erfolgte 5 mm von dem Ort der Fußpunktanregung. Als Kopfmasse wurde ein Gewicht von $M_t = 0,2 \text{ kg}$ festgelegt und die Resonanz des Balkens mittels der freien Länge auf 99 Hz abgestimmt. Alle Abmessungen sind in Abbildung 7.3 dargestellt. Als Verbraucher wird der Widerstand gewählt, welcher die meiste Leistung aufnimmt. Dieser optimale Widerstand kann durch eine Kurvendiskussion [13] aus Gl. (4.50) bestimmt werden

$$R_{opt} = \frac{1}{C_p \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varphi_i^* j \Omega \chi_i}{-\Omega^2 + 2\xi_i \omega_i j \Omega + \omega_i^2} + j \Omega \right)}. \quad (7.2)$$

Für den hier analysierten Balken beträgt er 36,12 kOhm. Wird das resultierende EBB-Modell durch das Spektrum der mittleren Beschleunigung aus Abbildung 6.18 angeregt, dann kann mit Gl. (4.50) die generierte Leistung bestimmt werden. Die mittlere Beschleunigung wurde gewählt, da diese als konzentrierte Größe für eine Machbarkeitsaussage zweckmäßig ist. Die Ergebnisse dieser Analyse sind in Abbildung 7.4a und Abbildung 7.4b für den Radsatz bzw. den Wagenkasten dargestellt. Zum Vergleich wurden außer dem optimalen Widerstand zwei weitere Widerstände mit 1 kOhm und 1 MOhm in die Diagramme eingezeichnet. Die generierte mittlere Leistung beträgt für den optimalen Widerstand $P_{EH} = 3,81 \text{ mW}$ am Radsatz und $0,37 \text{ mW}$ am Wagenkasten. Die beiden Leistungswerte sind obere Grenzen. Die verfügbare Leistung wird je nach Streckenprofil, Standzeiten und auftretenden Wandlungsverlusten niedriger ausfallen. Würde für die Realisierung eines Heißläuferdetektors ein Libelium Waspnote¹ Sensorknoten verwendet, der für eine Temperaturmessung und drahtlose Datenübermittlung $E_{oa} = 1580 \text{ mWs}$ [82] benötigt und im Ruhemodus $P_h = 19,8 \mu\text{W}$

¹Waspnote Datasheet v4.5 http://www.libelium.com/downloads/documentation/waspnote_datasheet.pdf [Online; Stand 11. Dezember 2013]

7.1. Auslegung des Energy-Harvesting-Systems

aufnimmt (vgl. Abbildung B.3), dann müsste dieser gemäß

$$\Delta t = \frac{E_{oa}}{P_{EH} - P_h} \quad (7.3)$$

zwischen zwei Messvorgängen 6,91 min Energie sammeln. Bei der gefahrenen Durchschnittsgeschwindigkeit von 50 km/h wäre somit alle 5,76 km eine Radlager-temperaturüberwachung möglich. Das ist im Vergleich zu den üblichen Abständen der stationären HOA ein akzeptabler Wert mit ausreichend Sicherheit. Eine

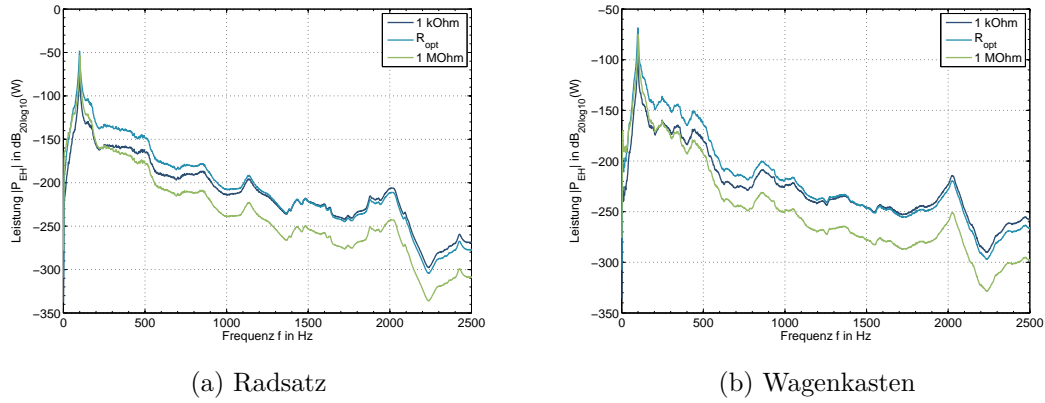


Abbildung 7.4.: Abschätzung der mittleren Leistung

erfolgreiche Umsetzung der Energieversorgung des Sensors durch einen Energy Harvester erscheint somit machbar.

Ausgehend von den Ergebnissen der Vorauslegung wurde der Energy Harvester konstruktiv umgesetzt. Das Ergebnis ist in Abbildung 7.5a dargestellt. Bei der Konstruktion des Bauteils wurden die Kopfmassen an die Breite des Balkens angepasst, um eine möglichst geringe Tiefe des Bauteils zu erhalten. Dieses ist notwendig, um die Umgrenzungslinie des Lichtraumprofils nicht zu verlassen. Außerdem sind die DuraAct-A15-Wandler mit den Kontakten zu den Kopfmassen platziert, so dass ein möglichst geringer Abstand zwischen der Einspannung und dem Rand des piezoelektrischen Materials entsteht. Der Biegebalken des Generators, dessen Abmessungen in Abbildung 7.5b dargestellt sind, wurde symmetrisch ausgeführt. So wird eine gleichmäßige Belastung des Applikationsortes und eine Verbesserung der Leistungsfähigkeit ermöglicht. Konstruktionsbegleitend wurde ein FEM-Modell des Generators für die Detailauslegung mit ANSYS Workbench aufgebaut. Bei der Erstellung des in Abbildung 7.6 dargestellten Modells wurden die nicht berechnungsrelevanten Details entfernt. Die Kopfmassen, welche als MASS21-Elemente modelliert wurden, sind im Modell als zwei Kugeln dargestellt. Die MASS21-Elemente berücksichtigen die Massen und Trägheiten der Körper. Sie wurden durch Remote Points mittels BEAM188-Balkenelementen an die überdeckte Balkenfläche gekoppelt. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass das Modell

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

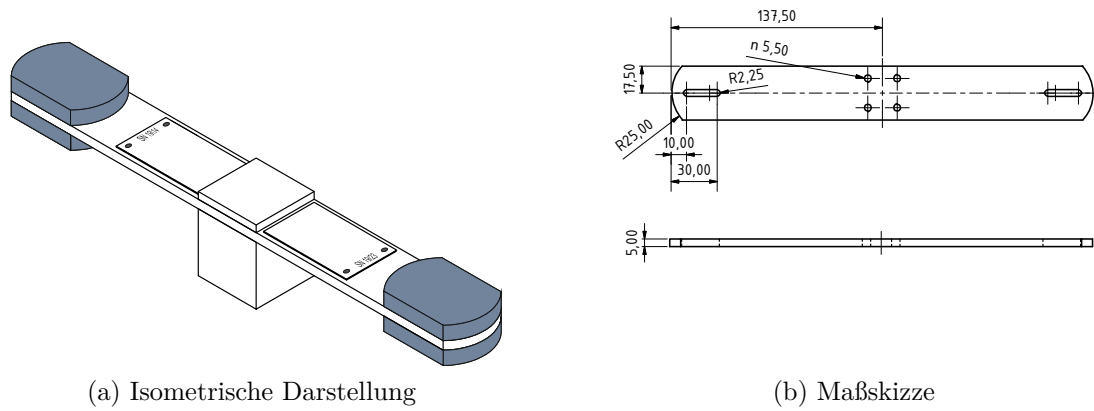


Abbildung 7.5.: Entwurf des Energy Harvesters

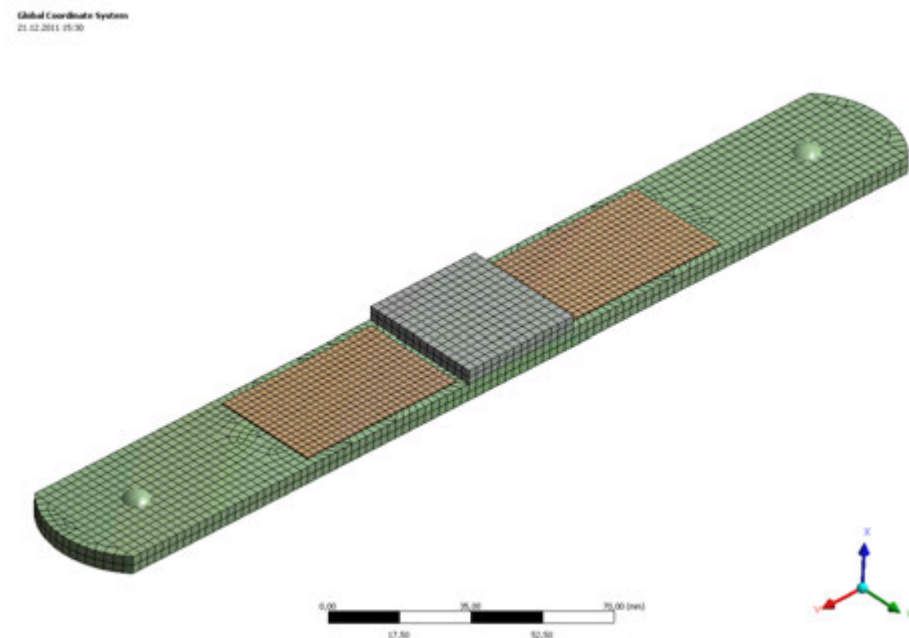


Abbildung 7.6.: FEM-Modell des Energy Harvesters

kleiner wird, und eine Variation der Parameter der Kopfmassen einfacher möglich ist. Die Materialparameter für den CFK-Balken waren nur teilweise bekannt. Aufgrund der Körperbindung ist ein orthotropes Verhalten zu erwarten. Basierend auf dieser Annahme und mit der Software AlfaLam Version 1.3.1² wurden die Werte für die E-Moduln E_x , E_y , den Schubmodul G_{xy} und die Querkontraktionszahl ν_{xy} abgeleitet. Die übrigen Werte der Steifigkeitsmatrix E_z , G_{xz} , G_{yz} , ν_{xz} und ν_{yz} wurden, mit dem Ziel, sie später experimentell zu bestimmen, durch plausible Erfahrungswerte ersetzt. Die PZT-Wandler werden durch die ockerfarbenen Blöcke repräsentiert. Die Definition piezoelektrischen Materialverhaltens ist gegenwärtig nicht über die grafische Benutzeroberfläche von ANSYS Workbench möglich. Es muss durch eigene Command Objects in der ANSYS Parametric Design Language (APDL) implementiert werden. Für das Modell wurden APDL-Skripte zur Definition des Materialverhaltens erstellt. Mit dem beschriebenen FEM-Modell wurden numerische Modalanalysen durchgeführt und so eine Konfiguration ermittelt bei der die erste Eigenfrequenz des Biegeschwingers auf 99 Hz bei einer freien Länge von 110 mm abgestimmt ist. Die Bauteile wurden abschließend gefertigt.

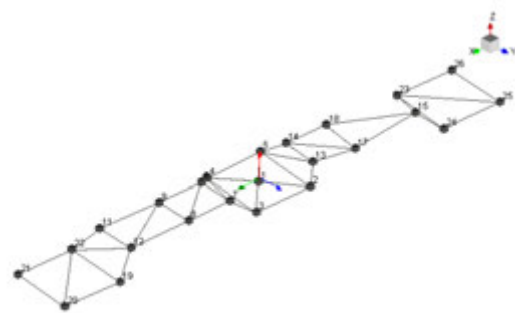
7.2. Experimentelle Charakterisierung

7.2.1. Experimentelle Modalanalyse des Generators

Nach dem Zusammenbau des Balkens, der Kopfmassen, der Halterung und der Applikation der zwei DuraAct-A15-Wandler wurde zur Validierung und Verbesserung der numerischen Modelle eine experimentelle Modalanalyse des Biegeschwingers durchgeführt. Der Energy Harvester wurde hierfür auf einer Spann-



(a) Versuchsaufbau



(b) Geometriemodell

Abbildung 7.7.: Experimentelle Modalanalyse

²http://www.klub.tu-darmstadt.de/forschungsbericht/downloads_3/downloads_3.de.jsp, [Online; Stand 22. Februar 2013]

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

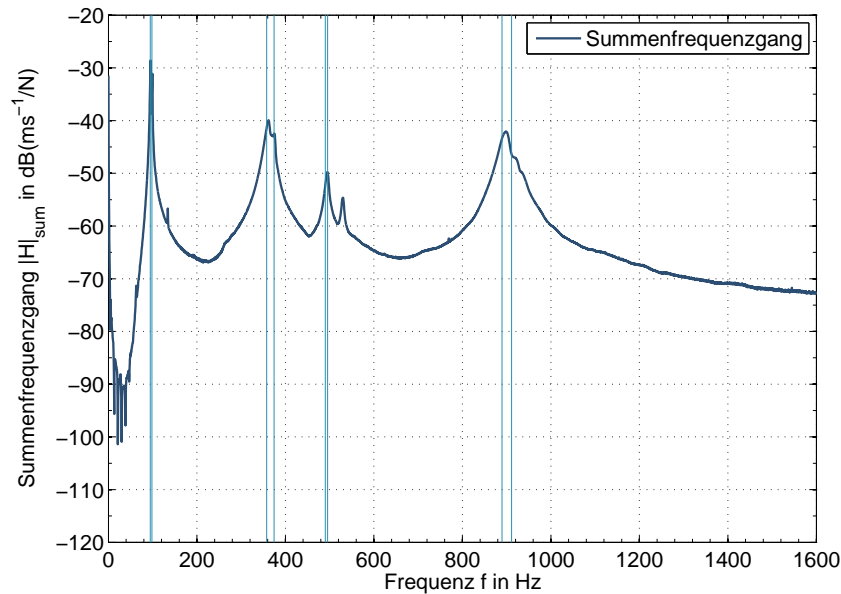


Abbildung 7.8.: Summenfrequenzgang

platte mit HBM-X60-Kleber fixiert. Abbildung 7.7b zeigt das Geometriemodell der Struktur mit den 24 Messpunkten. Das Koordinatensystem wurde analog zu dem des FEM-Modells definiert. Die Anregung des Systems erfolgte an den Referenzpunkten 19 und 24, die jeweils Eckpunkte einer Kopfmasse sind, mit einem PCB 086C02 160 g Impulshammer. Es mussten zwei Referenzen verwendet werden, da eine Anregung der einen Seite zu kaum messbaren Amplituden auf der anderen Seite führte. Für die Messung der Antwortgeschwindigkeiten wurde ein Polytec PSV-400-3D Scanning Vibrometer (vgl. Abbildung 7.7a) verwendet. Die Datenerfassung erfolgte mit einer Abtastrate $f_s = 3200,5 \text{ Hz}$, somit ist $1600,25 \text{ Hz}$ die maximal auswertbare Frequenz. Die Frequenzauflösung Δf der aus der FFT resultierenden Frequenzgänge beträgt $0,25 \text{ Hz}$. Die zwei gemessenen Sätze Frequenzgänge wurden in LMS Test.Lab 12A importiert. Dort erfolgte die Modalanalyse mit dem PolyMAX-Algorithmus. Im betrachteten Frequenzbereich konnten so acht Dämpfungen, Eigenfrequenzen und -formen identifiziert werden. Die Eigenfrequenzen sind in Abbildung 7.8, welche den Summenfrequenzgang des Systems zeigt, durch vertikale Linien gekennzeichnet. Die Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse sind in Tabelle 7.1 aufgelistet. Hierin fällt auf, dass aufgrund der Symmetrie des Balkens immer zwei Resonanzen dicht beieinander liegen. Die 1. und 2. Mode sind in Abbildung 7.9 dargestellt. Die Eigenformen der Balkenenden sind ähnlich, wobei sie bei $94,62 \text{ Hz}$ eine gegen- und bei $98,24 \text{ Hz}$ eine gleichphasige Bewegung ausführen. Dieser Effekt tritt bei den übrigen identifizierten Schwingformen ebenfalls auf. Sie sind im Abschnitt A.2 des Anhangs

7.2. Experimentelle Charakterisierung

i -te Mode	Frequenz f_i in Hz	Dämpfungsgrad ξ_i in %
1	94,62	0,53
2	98,24	0,77
3	357,48	1,40
4	374,48	0,51
5	490,23	1,76
6	495,47	0,49
7	889,50	1,12
8	911,29	1,69

Tabelle 7.1.: Ergebnisse der experimentellen Modalanalyse

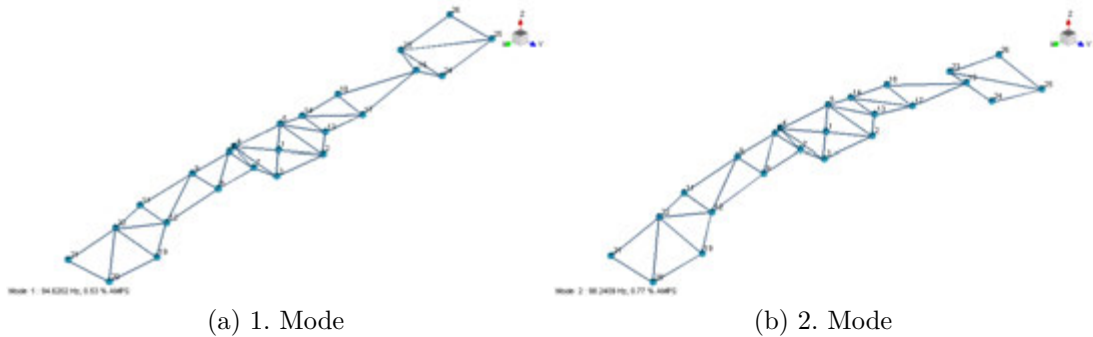


Abbildung 7.9.: Darstellung der 1. und 2. Biegemode

dargestellt. Dort ist zu erkennen, dass der Balken in der 3. und 4. Mode eine Torsionsbewegung ausführt. Die 5. und 6. Mode entsprechen einer Schwenkbewegung um die z-Achse, wohingegen die 7. und 8. Mode der zweiten Biegemode des Systems zugeordnet wurden. Die Dämpfungen der Moden sind in der letzten Spalte der Tabelle notiert. Besonders interessant sind hier die Dämpfungen der Moden bei 100 Hz, da sie im Arbeitsbereich des Energy Harvesters liegen. In Voruntersuchungen wurden Werte von 0,89 % an ähnlichen Schwingern mit applizierten A15-Wandlern gemessen. Die Werte für den Energy Harvester liegen mit 0,53 % und 0,77 % darunter und bestätigen die Annahme, dass der Schwinger schwach gedämpft ist. Diese Eigenschaft ist gemäß Gl. (4.58) für Energy Harvester vorteilhaft.

7.2.2. Elektromechanische Charakterisierung

Nach der experimentellen Modalanalyse des Energy Harvesters erfolgt die Charakterisierung des Systems auf einem Schwingerreger³. Ziel dieser Untersuchung ist es, die Vergleichskurve des Frequenzgangs für den Abgleich des 3D-FEM-

³engl.: shaker

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

Modells zu bestimmen und den Einfluss der Anregungsamplituden auf das Verhalten des Wandlers zu analysieren. Zu diesem Zweck wurde ein Versuchstand bestehend aus einem TIRA TV52122-M Shaker, einem BAA 120 Verstärker, zwei 8-Kanal VibPilot Messfrontends und der Datenerfassungssoftware m+p SO Analyzer V 4.0 aufgebaut. Die Versuchsanordnung ist in Abbildung 7.10 schematisch dargestellt. Mit dieser Anordnung können auf insgesamt zehn Kanälen

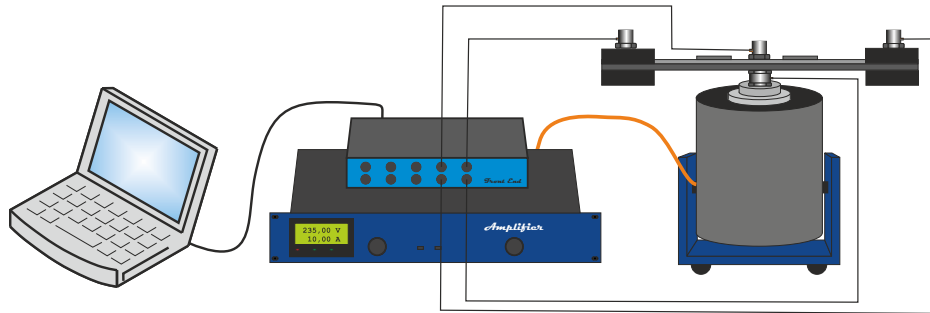


Abbildung 7.10.: Versuchsaufbau für die Charakterisierung

die Beschleunigungen am Erregerpunkt des Shakers und an beiden Kopfmassen, die Spannung der zwei applizierten DuraAct-A15-Wandler, die Dehnung auf den Wandlern und auf der gegenüberliegenden Seite des Balkens sowie die Kraft am Erregerpunkt gemessen werden. Eine detaillierte Auflistung der Kanäle und Sensoren befindet sich in Tabelle 7.2. Für die Bestimmung der Dehnung wurden verhältnismäßig lange (10 mm) Dehnungsmessstreifen (DMS) verwendet. Diese minimieren lokale Effekte der Körperbindung 2/2 und bilden so das globale Dehnungsverhalten besser ab. Im ersten Versuch wurde der Frequenz- und Phasen-

Kanal	Sensortyp	Modell
1	Beschleunigungssensor 100 mV/g	DYTRAN 3049E3
2	Kraftsensor 2248 mV/kN	PCB 208C03
3	Beschleunigungssensor 100 mV/g	DYTRAN 3049E3
4	Beschleunigungssensor 100 mV/g	DYTRAN 3049E3
5	Dehnungsmessstreifen	HBM 10/120LY11
6	Dehnungsmessstreifen	HBM 10/120LY11
7	Dehnungsmessstreifen	HBM 10/120LY11
8	Dehnungsmessstreifen	HBM 10/120LY11
9	Generatorspannung	DuraActA15 SN 19/14
10	Generatorspannung	DuraActA15 SN 19/23

Tabelle 7.2.: Auflistung der Kanäle und Sensoren

gang des Systems ermittelt. Mit dem Shaker wurde dafür ein Gleitsinus⁴ erzeugt

⁴engl.: chirp

7.2. Experimentelle Charakterisierung

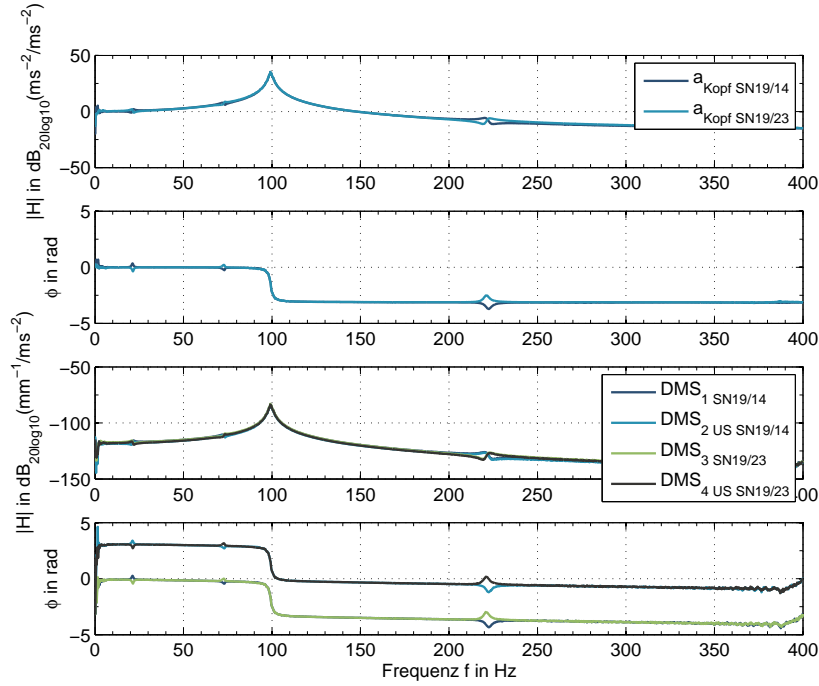


Abbildung 7.11.: Übertragungsfunktionen der Kopfbeschleunigung und Dehnungen

und die Übertragungsfunktionen zwischen der Beschleunigung am Fußpunkt und den Ausgangsgrößen gebildet. In Abbildung 7.11 sind die Bode-Diagramme für die Ausgangsgrößen Kopfbeschleunigung und Wandlerdehnung dargestellt. In diesem Diagramm ist die erste Biegeeigenfrequenz des Systems von 99,02 Hz durch die maximale Amplitude und den Phasensprung zu erkennen. Die Phase der Beschleunigungen im oberen Diagramm ist identisch, was auf eine gleichphasige Bewegung der beiden Balkenenden schließen lässt. Diese Aussagen gelten analog für das untere Diagramm mit dem Unterschied, dass der Phasenunterschied zwischen den Kurven der DMS₁ und DMS₃ und denen der DMS₂ und DMS₄ 180° beträgt. Die Dehnungsmessstreifen DMS₂ und DMS₄ befinden sich auf der Unterseite des Balkens und werden somit gegenphasig mit Zug oder Druck belastet. Wird die Betrachtung mit Abbildung 7.12 fortgesetzt und der Phasengang der Wandlerdehnung und der Fußpunktbeschleunigung analysiert, fällt auf, dass die Phase der Wandler $-\frac{\pi}{2}$ beträgt. Die Spannung wurde jeweils an einem parallel zum Wandler geschalteten 40 kOhm Widerstand gemessen. Der Phasenwert wird durch die Kapazität des piezoelektrischen Wandlers verursacht. An diesem Bauteil eilt der Strom, welcher hier proportional der Dehnung ist, der Spannung um 90° voraus. Als letzte Größe wurde noch die Erregerkraft im unteren Diagramm von Abbildung 7.12 dargestellt. Hierin fällt die Nullstelle des Frequenzganges bei 166 Hz auf, welche der Tilgungsfrequenz des Systems aus Shaker und Energy Har-

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

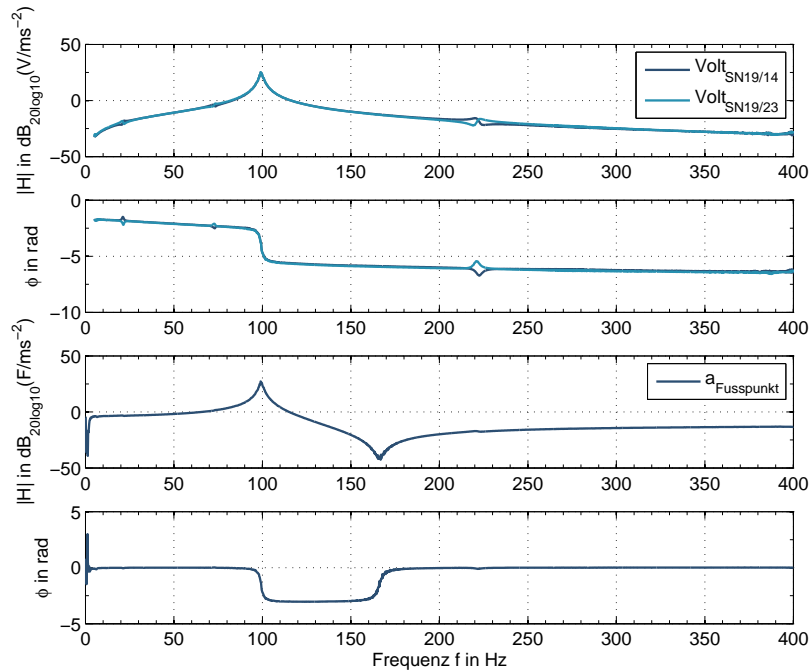


Abbildung 7.12.: Übertragungsfunktionen der Kraft und Wandlerspannungen

vester entspricht.

Mit dem selben Versuchsaufbau, wie eingangs beschrieben, wurde ein zweiter Versuch durchgeführt. Anstelle des SO Analysers wurde die Software m+p Vib-Control 2.11.26 zur Regelung des Shakers verwendet. Mit Hilfe des Beschleunigungsaufnehmers am Fußpunkt wurde das System so geregelt, dass eine vorgegebene Beschleunigungsamplitude im Frequenzbereich 70 – 130 Hz eingehalten wurde. Die Untersuchung des Systems erfolgte mit fünf Amplituden 1, 1,5, 2, 5, 10 m/s^2 , welche als typisch aus der Fahrbetriebsmessung ermittelt wurden. Die Regelungssoftware des Shakers benötigt eine Anfahrrampe, daher erfolgte im Frequenzbereich 50 – 70 Hz eine lineare Steigerung der Amplitude von 0,25 m/s^2 bis zum Erreichen des Nennwertes. Es wurden die elektrische Generatorspannung, die Wandlerdehnung und die Kopfbeschleunigungen gemessen, um den Einfluss der Anregungsamplituden auf das Verhalten des Wandlers beurteilen zu können. Für die Messungen der Generatorspannung wurden die DuraAct-Wandler, mit Hilfe von zwei Widerstandsdekaden Cosinus R1-3000, mit jeweils 40 kOhm beschaltet. Dieser Wert entspricht näherungsweise dem Widerstand, bei dem die meiste Energie generiert wird. In Abbildung 7.13 sind die Übertragungsfunktionen zwischen der Kopf- und Fußpunktbeschleunigung dargestellt. Zu erkennen ist, dass mit zunehmender Amplitude am Fußpunkt die Verstärkung und die Eigenfrequenz des Systems von 33,7 dB bei 99,1 Hz bis auf 28,7 dB bei 96,3 Hz sinkt. Außerdem ist ein Abknicken der Resonanzkurve zu erkennen. Würde man

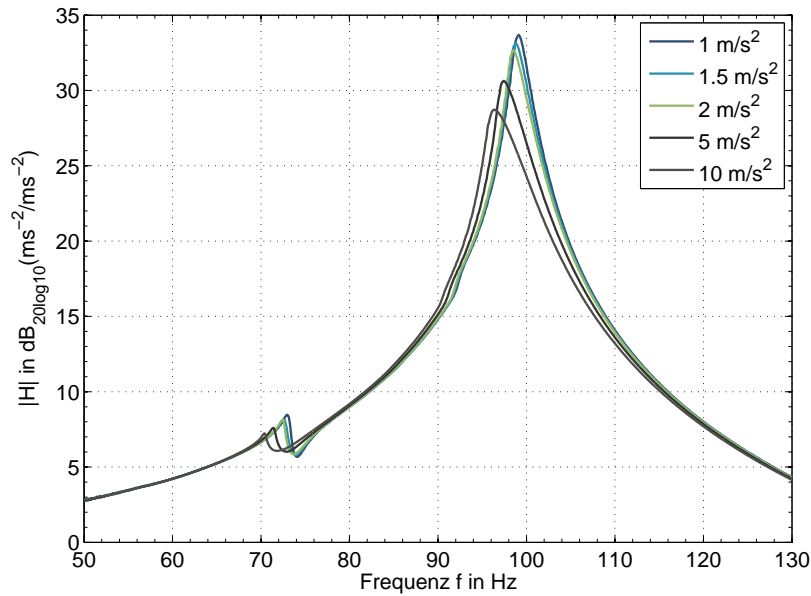


Abbildung 7.13.: Übertragungsfunktionen der Beschleunigung

die Amplitude weiter steigern, führte das zu einem Überhängen der Kurve, wodurch diese mehrdeutig wird. Derselbe Effekt ist in Abbildung 7.14 für die elektrische Spannung zu erkennen. Hier sinkt die Verstärkung des Systems von 23,9 dB bei 99,1 Hz bis auf 19,1 dB bei 96,3 Hz ab. Die beschriebenen Effekte sind typische Kennzeichen nichtlinearer amplitudenabhängiger Schwingungen. Für den Energy Harvester, der auf 99 Hz abgestimmt ist, bedeutet das auf den ersten Blick einen Verringerung der Verstärkung durch die Resonanz. Die Generatorspannung, deren Quadrat proportional zur erzeugten elektrischen Leistung ist, wurde für die fünf untersuchten Fußpunktamplituden ausgewertet. In Tabelle 7.3

Amplitude in m/s^2	Verstärkung in V/ms^{-2}	Amplitudenfaktor der Spannung
1	15,6	1,0
1,5	14,2	1,4
2	12,7	1,6
5	8,6	2,8
10	6,4	4,1

Tabelle 7.3.: Amplitudenverstärkung bei 99 Hz

ist zu erkennen, dass sich die Verstärkung mehr als halbiert, da sie von $15,6 \text{ m/s}^2$ auf $6,4 \text{ m/s}^2$ bei 99 Hz sinkt. Im selben Intervall verzehnfacht sich die Anregungsamplitude. Insgesamt steigt die Spannungsamplitude dadurch an. Sie erreicht maximal den 4,1-fachen Wert, so dass der positive Effekt der Resonanz erhalten

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

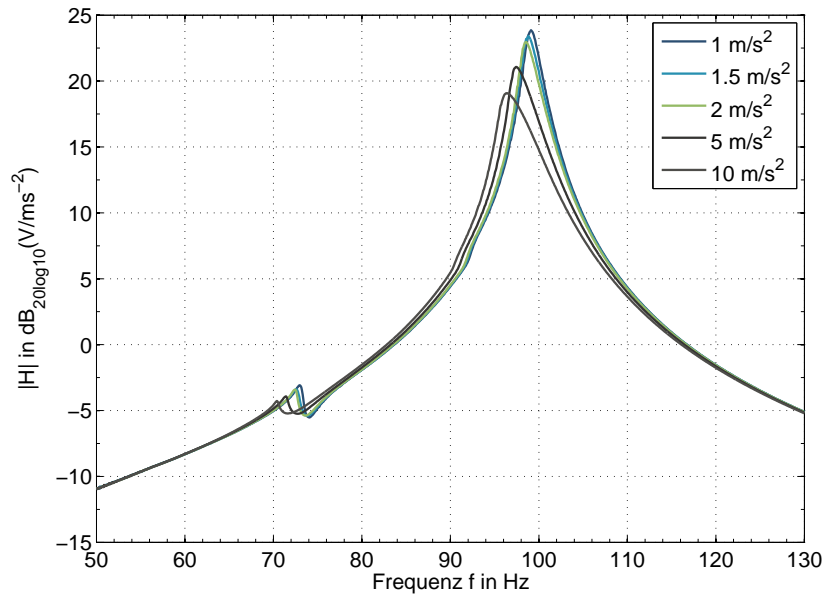


Abbildung 7.14.: Übertragungsfunktionen der elektrischen Spannung

bleibt. Der Verlauf der Verstärkung aus Abbildung 7.3 wurde durch die Funktion $f(x) = 11,45e^{-0,44x} + 8,5e^{-0,03x}$ approximiert, welche in Abbildung 7.15 dargestellt ist. Wird die Verstärkungsfunktion mit der Amplitude der Fußpunktbeschleunigung multipliziert, resultiert die elektrische Spannungsamplitude. Mit dieser und dem Abschlusswiderstand kann die Leistung

$$P = U(t)I(t) = \frac{U(t)^2}{R} \quad (7.4)$$

berechnet werden. Nach der Division durch die Abstimmungsfrequenz des Energy Harvesters und die Multiplikation der Einzelhäufigkeiten der Amplituden aus Abbildung 6.21 resultiert die amplitudenabhängig generierte Energie des Energy Harvesters. Diese ist in Abbildung 7.16 dargestellt. Es wird angenommen, dass immer ganze Perioden vorliegen und somit wird nur der positive Bereich dargestellt. Erwartungsgemäß ähnelt der Verlauf dem der Einzelhäufigkeiten in Abschnitt 6.3.3. Hier trat die Mittenbeschleunigung $1,23 \text{ m/s}^2$ am häufigsten auf. Das Maximum der Energie wird durch die Gewichtung mit der nichtlinearen Verstärkung nach rechts verschoben und liegt bei $2,23 \text{ m/s}^2$. Bei der Verbesserung numerischer Modelle sollte somit das Verhalten bei dieser Beschleunigungsamplitude am Fußpunkt im Besonderen abgeglichen werden.

7.2. Experimentelle Charakterisierung

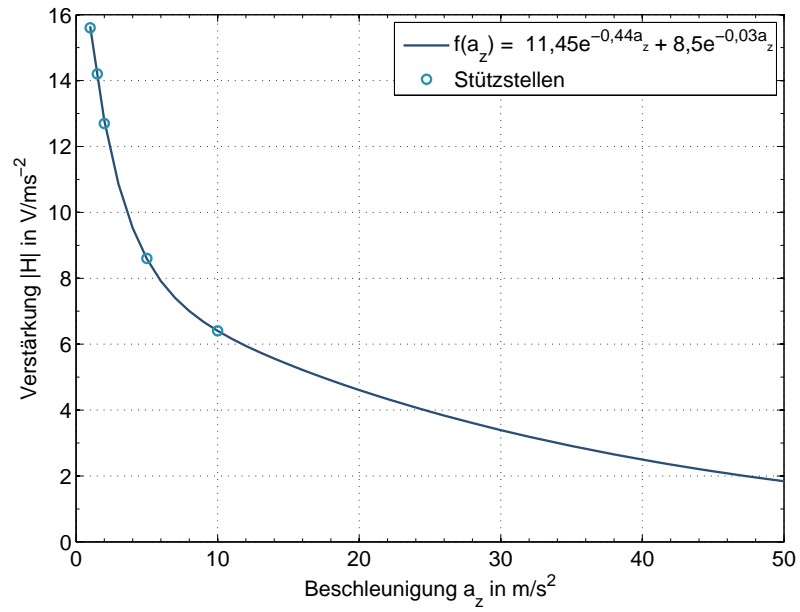


Abbildung 7.15.: Approximation der Verstärkung

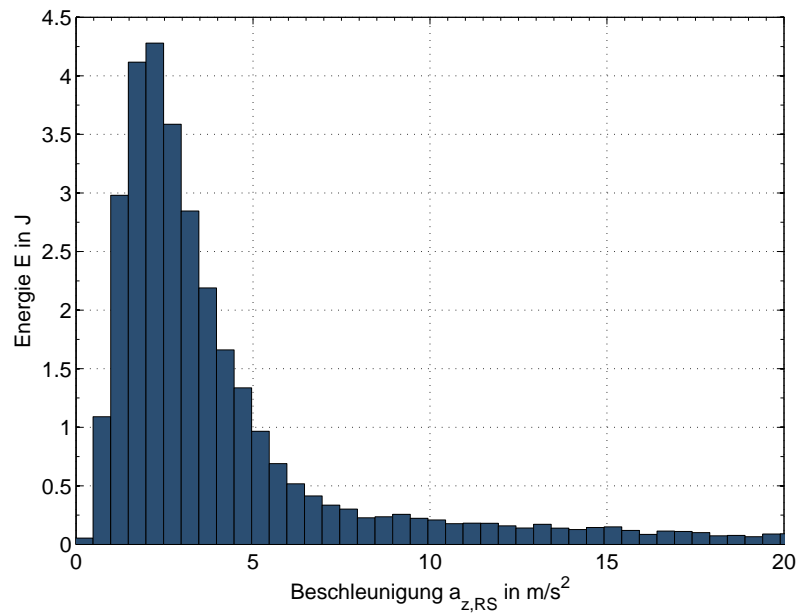


Abbildung 7.16.: Amplitudenabhängig generierte Energie

7.2.3. Erstellung des echtzeitfähigen Simulationsmodells

Verbesserung der Ergebnisqualität des FEM-Modells

Die Ergebnisse der in Unterabschnitt 7.2.1 durchgeführten EMA werden in diesem Unterkapitel verwendet, um die Ergebnisqualität des FEM-Modells zu verbessern. Dafür wurde eine Optimierung zur Anpassung der Eigenfrequenzen und -formen durchgeführt und so verbesserte Materialparameter für den kohlenstofffaserverstärkten Kunststoff abgeleitet. In einem zweiten Optimierungsschritt wurden die Dämpfungseigenschaften des Modells verbessert und sein Ein- und Ausgangsverhalten an die gemessenen Frequenzgänge aus Unterabschnitt 7.2.2 angepasst. Für die Optimierung wurden die Elastizitätsmoduln E_x , E_y , E_z , die Querkontraktionszahlen ν_{xy} , ν_{yz} , ν_{xz} , die Schubmoduln G_{xy} , G_{yz} , G_{xz} und die Dichte ρ der Körperbindung als Variablen der Zielfunktion definiert. Die bei der Auslegung des Energy-Harvesting-Systems in Abschnitt 7.1 verwendeten Größen dienten hierfür als Startwerte. Als Zielgrößen wurden die ersten acht Eigenfrequenzen des Modells festgelegt. Die Optimierung erfolgte mit dem Modul „Goal Driven Optimization“ des in ANSYS Workbench integrierten DesignXplorers. Dieses Modul erzeugt mittels statistischer Versuchsplanung (DOE)⁵ einen Satz FEM-Modelle. Diese wer-

Größe	Wert
Elastizitätsmodul	E_x 57,5 GPa
	E_y 57,5 GPa
	E_z 7,5 GPa
Querkontraktionszahl	ν_{xy} 0,04
	ν_{yz} 0,04
	ν_{xz} 0,32
Schubmodul	G_{xy} 3,37 GPa
	G_{yz} 3,40 GPa
	G_{xz} 3,40 GPa

Tabelle 7.4.: Materialparameter des CFK-Balkens

den im ersten Schritt gelöst. Aus den Ergebnissen wird durch Regressionsanalyse ein Modell geschätzt und dessen Extrema bestimmt. Im vorliegenden Fall wurde als Versuchsplan ein Central Composite Design (CCD) verwendet. Aufgrund der Zielgrößen ist es notwendig, eine Mehrgrößenoptimierung durchzuführen. Als Optimum wird der Parametersatz mit der geringsten Abweichung zu den Zielgrößen gewählt. Die auf diese Weise ermittelten Materialparameter des CFK-Balkens sind in Tabelle 7.4 verzeichnet. Die E-Moduln in Faserrichtung E_x und E_y haben erwartungsgemäß die gleiche Größenordnung wie der Zug-Elastizitätsmodul aus dem Datenblatt (vgl. B.1). Sie sind 4,2 % kleiner als dieser. Der Modul E_z beträgt

⁵engl.: design of experiments

7.2. Experimentelle Charakterisierung

gut ein Achtel der anderen, was aufgrund der fehlenden Fasern in dieser Richtung auch plausibel ist. Die Schubmoduln G_{xy} und G_{yz} sind knapp eine Zehnerpotenz kleiner im Vergleich zur Rechnung mit isotropem Material. Auch dieser Zusammenhang entspricht den Erwartungen, da bei der Körperbindung die Fasern in Richtung 0° und 90° liegen, muss die 45° Richtung deutlich weicher sein.

Die Dämpfungseigenschaften des FEM-Modells wurden ebenfalls angepasst. Aufgrund des piezoelektrischen Materials und der Fußpunktanregung müssen die im weiteren Verlauf notwendigen harmonischen Analysen in ANSYS mit den vollen Systemmatrizen durchgeführt werden. Wegen der singulären Massenmatrix ist eine Berechnung mittels modaler Superposition und folglich eine direkte Eingabe der modalen Dämpfung nicht möglich. Als geeignete Dämpfungsmodelle sind in diesem Fall die Rayleigh-Dämpfung [98, S. 203] und die globale Dämpfung implementiert. Die Rayleigh-Dämpfung ist wie in Unterabschnitt 5.5.1 dargestellt für diese Arbeit besser geeignet. Die Rayleigh-Koeffizienten wurden gemäß Gl. (5.49) und Gl. (5.50) aus der gleich- und gegenphasigen ersten Biegeeigenfrequenz zu $\alpha = 4,66$ und $\beta = 1,27 \cdot 10^{-5}$ berechnet. Mit dem validierten FEM-Modell wurde eine numerische Modalanalyse durchgeführt. Zur Beurteilung der Ähnlichkeit

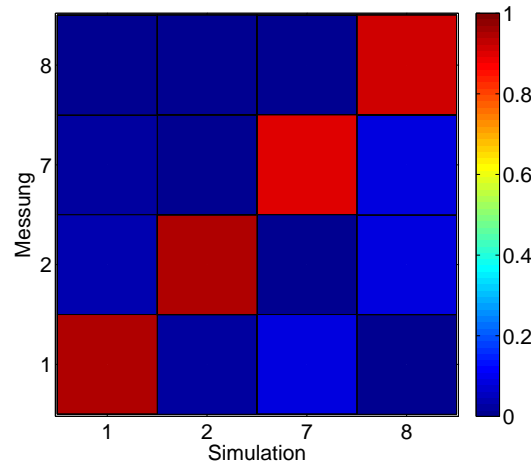


Abbildung 7.17.: Modal Assurance Criterion

der Eigenformen von Modell und Messung wurde in Abbildung 7.17 das Modal Assurance Criterion, gemäß Gl. (2.32), berechnet und dargestellt. Für die Auslegung des Energy Harvesters sind hauptsächlich die Biegeeigenfrequenzen relevant, da sie Bewegungen in Richtung der Hauptanregung ausführen. Das MAC der 3. bis 6. Mode wurde daher in der Abbildung 7.17 nicht dargestellt. Für die gleich- und gegenphasigen ersten Biegeeigenfrequenzen beträgt der MAC-Wert 0,95 und für die beiden zweiten Biegeeigenfrequenzen 0,90. Die gute Übereinstimmung für diese vier Moden wird durch die in Tabelle 7.5 aufgelisteten Eigen-

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

i -te Mode	Frequenz f_i in Hz	relativer Fehler ε_r in %
1.	96.42	-1.86
2.	98.91	-0.68
7.	909.40	-2.19
8.	923.72	-1.35

Tabelle 7.5.: Ergebnisse der numerischen Modalanalyse

frequenzen bestätigt. In allen vier Fällen ist der relative Fehler

$$\varepsilon_r = \frac{f_{EMA} - f_{FEM}}{f_{EMA}}, \quad (7.5)$$

welcher in der zweiten Tabellenspalte aufgelistet ist, kaum größer als 2 %. Den größten Fehler weisen die 5. und 6. Eigenfrequenz auf. Dieses Ergebnis war zu erwarten, da bei der EMA der Energy Harvester in der z-Richtung, welche der Hauptanregungsrichtung im Fahrbetrieb entspricht, angeregt wurde. Beide Moden führen eine Schwenkbewegung um die z-Achse aus und wurden somit nur indirekt angeregt. Die größte Verbesserung konnte bei der 3. und 4. Mode erreicht werden. Lagen bei der numerischen Modalanalyse mit isotropem Material die Frequenzen der Torsionsmoden noch 170 % über dem Messwert, so konnten sie nach der Optimierung auf unter 6 % beziehungsweise knapp 7 % korrigiert werden. Die nicht exakte Übereinstimmung der Eigenformen resultiert aus der asymmetrischen Anordnung der Kontaktierung, welche im FEM-Modell aufgrund ihres hohen Detaillierungsgrades vernachlässigt wurde.

Nachdem das Eigenverhalten des Modells durch die EMA validiert wurde, folgt der Abgleich des dynamischen Ein- und Ausgangsverhaltens. Hierfür wurden die mechanische Übertragungsfunktion der Beschleunigungen zwischen dem Fußpunkt und den Kopfmassen sowie die elektromechanische Übertragungsfunktion zwischen Fußpunktbeschleunigung und Generatorspannung aus dem Datensatz der Messung der Übertragungsfunktion in Abschnitt 7.2.2 verwendet. Im Experiment waren die beiden DuraAct-Wandler mit jeweils 40 kOhm beschaltet. Der Versuch wurde mit dem validierten FEM-Modell nachgerechnet und das Ergebnis in Abbildung 7.18 dargestellt. Aufgrund der Symmetrie des Systems wird nur eine Seite des Generators betrachtet. Die beiden dargestellten Frequenz- und Phasengänge zeigen eine sehr gute Übereinstimmung. Dieser erste Eindruck wurde durch die Berechnung der $\|H\|_2$ -Normen, gemäß Gl. (2.35), bestätigt. Für die elektromechanische Übertragungsfunktion betragen diese 11,9 und 11,7 für die numerische Rechnung bzw. die Messung. Sie unterscheiden sich somit um 2 %. Der Fehler der mechanischen Übertragungsfunktionen hat mit 2,3 % eine ähnliche Größenordnung. Die $\|H\|_2$ -Norm für die numerische Analyse beträgt hier 38,5 und die der Messung 37,6.

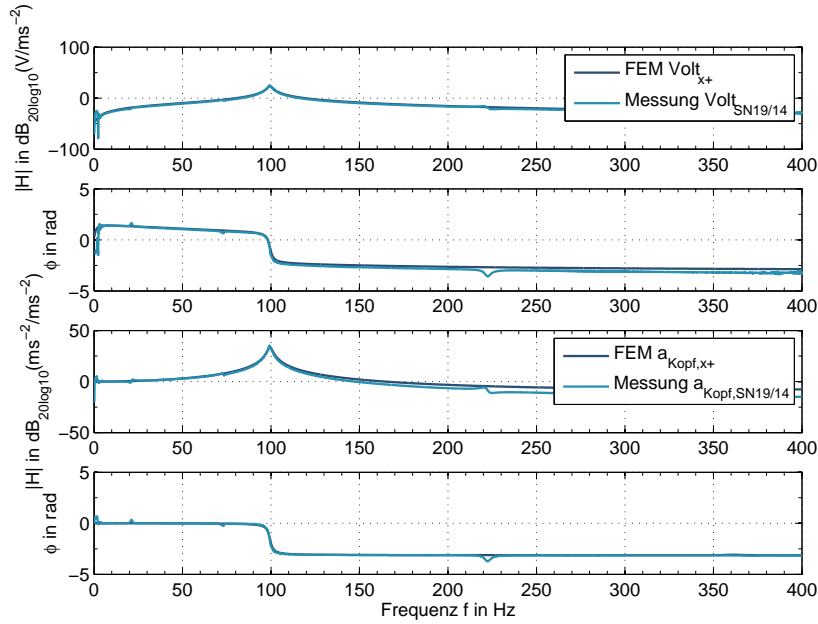


Abbildung 7.18.: Vergleich der Messung und des validierten FEM-Modells

Erzeugung des Echtzeitmodells mittels Modellreduktion

Mit den in Kapitel 5 vorgestellten Methoden der Modellreduktion wird in diesem Abschnitt aus dem FEM-Modell des Energy Harvesters ein echtzeitfähiges Simulationsmodell erstellt. Die zugrunde liegende Zeitbereichssimulation wird mit Hilfe von MATLAB/Simulink erstellt, da diese Software eine leistungsfähige Schnittstelle zu dem HiL-Simulator dSPACE besitzt. Die Werkzeugkette besteht aus ANSYS 14.5, MOR for ANSYS 2.7, MATLAB R2013a, dSPACE Release 2013-A und der dSPACE MicroAutoBox II.

Das im letzten Abschnitt erstellte FEM-Modell wird durch die zweistufige kaskadierte Reduktion erzeugt, welche in Unterabschnitt 5.5.2 vorgestellt wurde. Der Grund hierfür ist die notwendige Abtastfrequenz f_s . Nach dem Nyquist-Shannon-Abtasttheorem Gl. (3.2) sollte sie mindestens doppelt so groß sein wie die höchste Eigenfrequenz f_{max} des dynamischen Systems. Von dem FEM-Modell wurden dreißig reduzierte Modelle $n = 1, 2, 3, \dots, 30$ mit MOR for ANSYS erstellt und jeweils deren höchste Eigenfrequenz in Abbildung 7.19 dargestellt. Die Datenreihe ist in der Legende mit „MOR for ANSYS“ bezeichnet. Um eine bessere Vergleichbarkeit zu den Kontrollsystemen erster Ordnung in diesem Kapitel zu erreichen, wurde eine Darstellung über der Dimension $2n$ dieser Systeme gewählt. Die Abbildung 7.19 zeigt, dass die maximalen Eigenfrequenzen sehr hoch liegen. Die notwendige Abtastfrequenz überschreitet daher bereits für $n = 3$ den Wert von 100 kHz. Die Ursache hierfür ist die implizite Momentenanpassung. Um eine möglichst gute Näherung der Übertragungsfunktion zu erhalten, werden durch

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

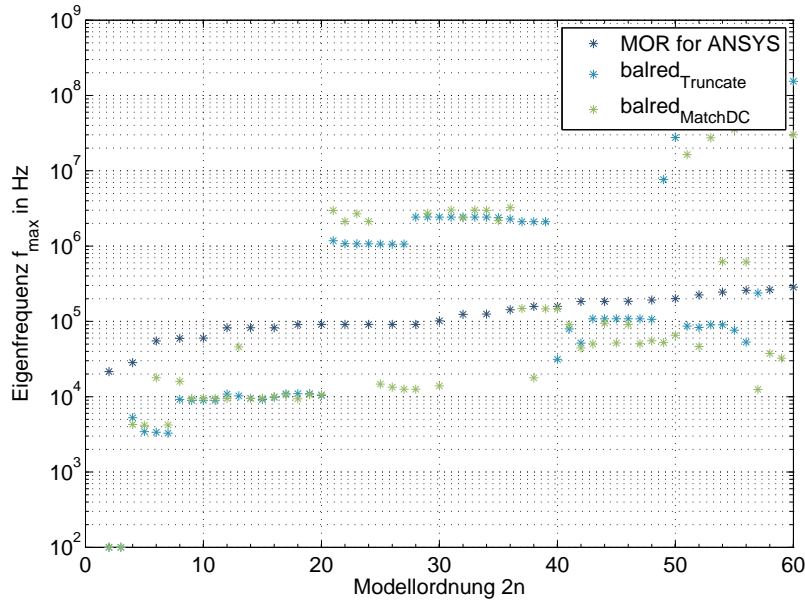


Abbildung 7.19.: Relation der Modellgröße und der höchsten Eigenfrequenz

das Arnoldi-Verfahren automatisch Zustände mit hohen Eigenfrequenzen eingefügt. Diese können durch die kaskadierte Reduktion verringert werden. Hierfür wurde zuerst ein Modell mit $n = 200$ Freiheitsgraden mittels MOR for ANSYS erzeugt und dieses durch Balanciertes Abschneiden auf die Endgröße reduziert. Die Reduktion wurde mit den Optionen „MatchDC“ und „Truncate“ durchgeführt und die Ergebnisse verglichen. Zur Beurteilung der Genauigkeit des Modells wurden die 400 Hankel-Singulärwerte σ_i des Systems erster Ordnung und die absolute Fehlerschranke δ_{BT} gemäß Gl. (5.8) berechnet. Die ersten 50 Singulärwerte sind in Abbildung 7.20 dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die ersten drei Singulärwerte einen entscheidenden Einfluss auf den Fehler des Modells haben, da die Fehlerschranke zwischen dem zweiten und dritten Wert um 89,28 % sinkt. Die absolute Fehlerschranke hat für $2n = 20$ den Wert 0,61 % und für $2n = 30$ beträgt sie 0,03 %. Es wurden analog zu der ersten Reduktion 60 Modelle durch die kaskadierte Reduktion erzeugt, deren höchste Eigenfrequenz bestimmt und diese als zweite und dritte Datenreihe in Abbildung 7.19 dargestellt. Die Ergebnisse des Abschneidens sind hierbei durch die Fußnote „Truncate“ und die mit der statischen Korrektur durch „MatchDC“ gekennzeichnet. Es ist zu erkennen, dass die maximalen Eigenfrequenzen der Modelle, welche mit dem kaskadierten Verfahren erstellt wurden für $n = 2, \dots, 10$ um einen Faktor drei bis zehn kleiner sind. Ab $n > 10$ überschreiten die Frequenz f_{\max} bei kaskadiertem Vorgehen die des Krylow-Unterraum-Verfahrens. Theoretisch könnten in diesem Bereich die mittels MOR for ANSYS erzeugten Modelle verwendet werden. Die notwendige

7.2. Experimentelle Charakterisierung

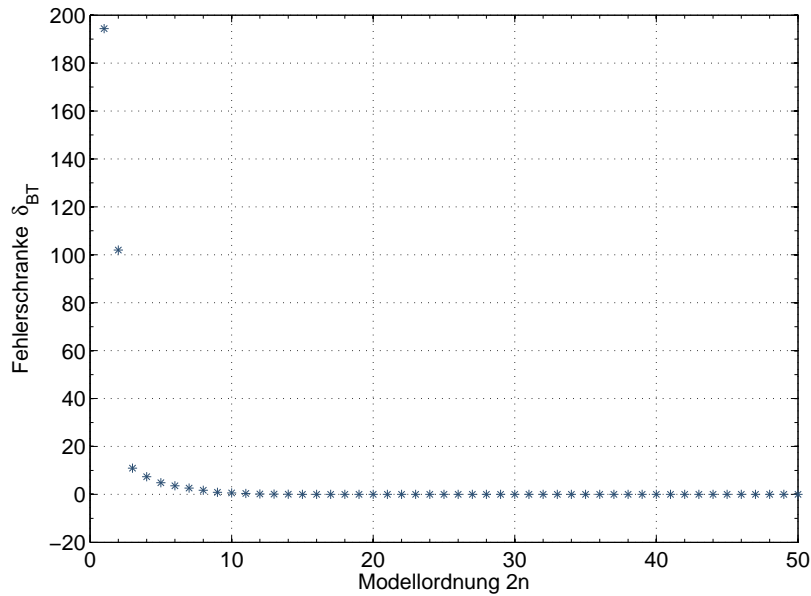


Abbildung 7.20.: Relation der Modellordnung und der absoluten Fehlerschranke

Abtastfrequenz beträgt hier fast 200 kHz, so dass dieser Bereich für die Erstellung von Echtzeitmodellen ausscheidet. Mit der Option „MatchDC“ werden Modelle mit $2n = 26, 28, 30$ erzeugt, deren Abtastfrequenz unterhalb von 30 kHz liegt, weshalb sie bei der Überprüfung der Echtzeitfähigkeit mit berücksichtigt werden. Zur Validierung der Echtzeitfähigkeit der reduzierten Modelle wurde aus diesen C-Code generiert, dieser für die dSPACE MicroAutoBox II kompiliert und dort ausgeführt. Als Abtastintervall wurde der Kehrwert der doppelten maximalen Eigenfrequenz des jeweiligen Modells verwendet. Ausgangspunkt für die Code-Erzeugung ist das in Abbildung 7.21 dargestellte Simulink-Modell. Die mit der

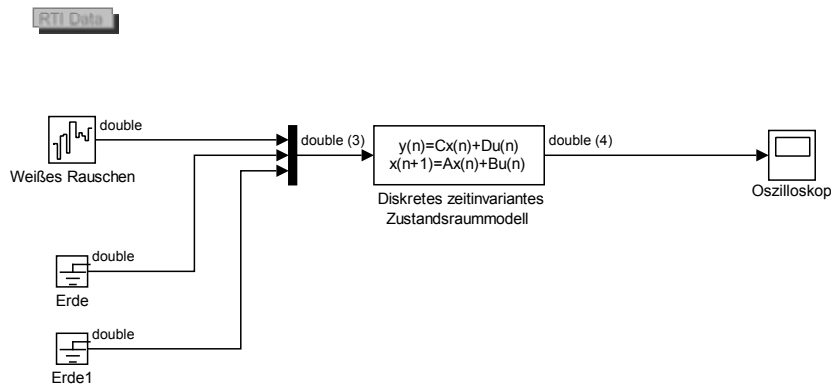


Abbildung 7.21.: MATLAB/Simulink-Modell

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

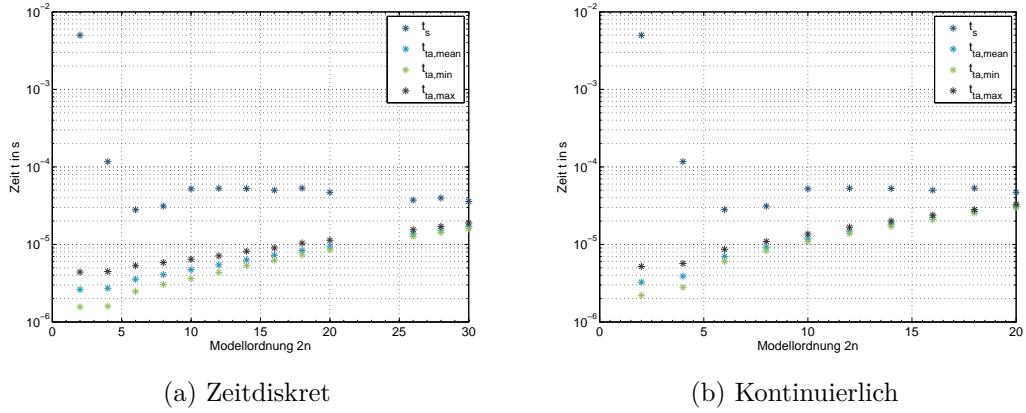


Abbildung 7.22.: Abtastintervall und Durchlaufzeiten der Zustandsraummodelle

Option „MatchDC“ reduzierten Modelle werden in ein kontinuierliches oder zeitdiskretes Zustandsraummodell gemäß Gl. (2.7) bzw. Gl. (2.8) überführt und in den entsprechenden Simulink-Block importiert. Das Modell wird am Fußpunkt durch ein bandbegrenzttes weißes Rauschen erregt. Die Ladungseingänge wurden zu Null gesetzt. Die vier Ausgänge wurden auf ein Oszilloskop geleitet. Während der Laufzeit des Modells werden jeweils 1000 Abtastwerte der Durchlaufzeit t_{ta} ermittelt. Der Mittel-, Maximal- und Minimalwert dieser Proben sind in Abbildung 7.22 für das zeitdiskrete und kontinuierliche Zustandsraummodell dargestellt. Außerdem ist das entsprechende Abtastintervall abgetragen. Der Unterschied zwischen $t_{ta,min}$ und $t_{ta,max}$ wird durch die Messung selbst verursacht. Da diese eine singuläre Last erzeugt, steigt die Durchlaufzeit zu Beginn der Messung auf $t_{ta,max}$ an. Danach erreicht sie einen stationären Wert in der Nähe von $t_{ta,min}$. Mit steigender Modellordnung wird der Unterschied kleiner, da die Durchlaufzeit des Modells sich der Durchlaufzeit der Messung annähert. Dieses Verhalten ist für das zeitdiskrete und kontinuierliche Modell ähnlich. Der entscheidende Unterschied zwischen den beiden Modellen ist die erzeugte Rechenlast. Das wird deutlich in Abbildung 7.23, in der der Kehrwert des Echtzeitkoeffizienten r_{TR} (vgl. Gl. (3.1)) dargestellt ist. Dieser Wert ist ein Maß für die Auslastung der Hardware des HiL-Simulators. Überschreitet er den Wert eins, dann ist ein Modell nicht mehr echtzeitfähig. Das kontinuierliche System erzeugt auf der MicroAutoBox II bei gleicher Modellgröße und Abtastfrequenz eine deutlich höhere Last als das zeitdiskrete Zustandsraummodell. Für $2n = 20$ ist sie fast dreimal so hoch. Die deutlich höhere Rechenlast der kontinuierlichen Modelle bewirkt, dass diese bis $2n = 20$ in Echtzeit simuliert werden können, wohingegen das zeitdiskrete Modell auch noch mit $2n = 26, 28, 30$ echtzeitfähig ist. Die Ursache hierfür liegt im Lösungsalgorithmus der Modelle. Für die zeitdiskreten Modelle wird der nächste Zeitschritt, wie in Gl. (2.8) beschrieben, aus Matrizenmultiplikationen und -additionen ermittelt. Das ist deutlich weniger rechenintensiv als das Ausführen

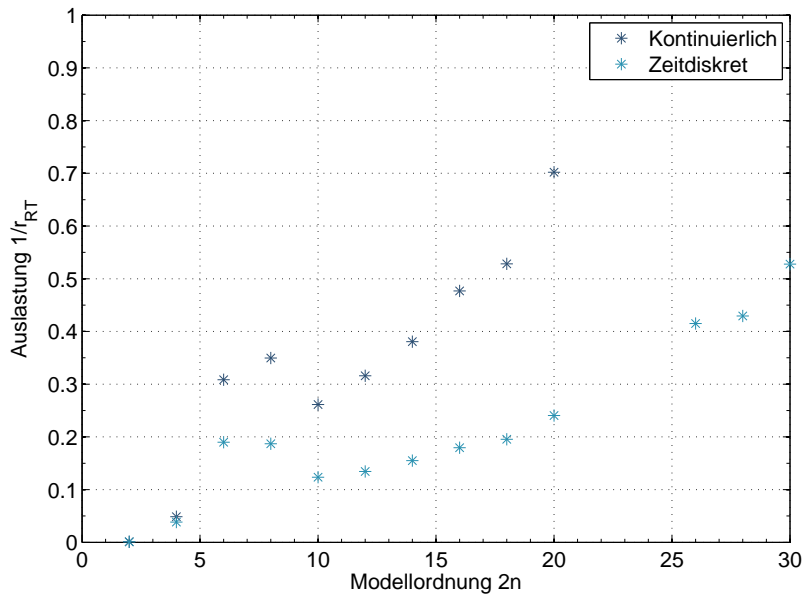


Abbildung 7.23.: Auslastung der MicroAutoBox II

des klassischen vierstufigen Runge-Kutta-Verfahrens, welches für die Lösung des kontinuierlichen Modells verwendet wird. Bei diesem muss eine ähnliche Rechenoperation viermal ausgeführt werden.

Nachdem gezeigt wurde, welche Modelle für eine Echtzeitsimulation geeignet sind, folgt die Untersuchung ihrer Genauigkeit. Damit wird jenes Modell identifiziert, das die höchste Simulationsgeschwindigkeit mit der notwendigen Modellgüte vereint. In den Abbildungen 7.24 – 7.27 sind die Übertragungsfunktionen der Kopf- zur Fußpunktverschiebung, der generierten Spannung des Wandlers in positiver x -Richtung zur Fußpunktverschiebung, der Verschiebung der Kopfmasse zur Wandlerladung und der elektrischen Spannung zur Ladung des Wandlers in positiver x -Richtung dargestellt. Die beiden piezoelektrischen Wandler wurden hierfür mit jeweils 40 kOhm beschaltet. Die erste Untersuchung galt den Modellen, welche mit `balred(...)` und der Eliminationsmethode „Truncate“ erzeugt wurden. Ihre Übertragungsfunktionen sind in den Abbildungen 7.24 – 7.27 durch eine dunkel- und hellblaue Kurve markiert. Es ist zu erkennen, dass das Modell mit $2n = 14$ Freiheitsgraden das Systemverhalten nicht korrekt abbildet. Dieses wird besonders deutlich bei den für den Energy Harvester relevanten Übertragungsfunktionen der Wandlerspannung zur Fußpunktverschiebung (vgl. Abbildung 7.25). Sie hat eine zusätzliche Pol- und Nullstelle unterhalb 15 Hz. Durch die Erweiterung des Modells um zwei Zustände wird dieses Verhalten beseitigt. Die Übereinstimmung der Übertragungsfunktionen mit Ladungsanregung, welche in Abbildung 7.26 und Abbildung 7.27 dargestellt sind, wird dadurch verschlechtert. Die Überprüfung

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

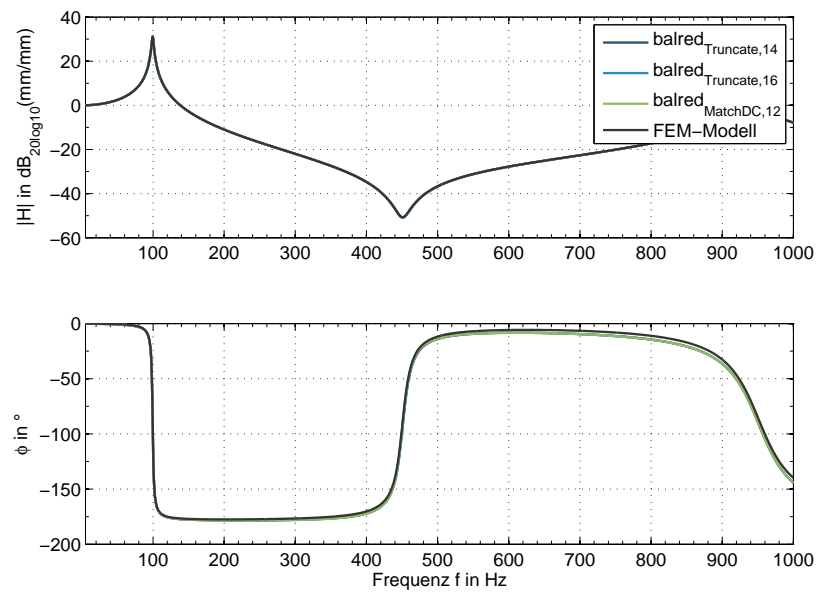


Abbildung 7.24.: Übertragungsfunktion der Kopf- zur Fußpunktverschiebung

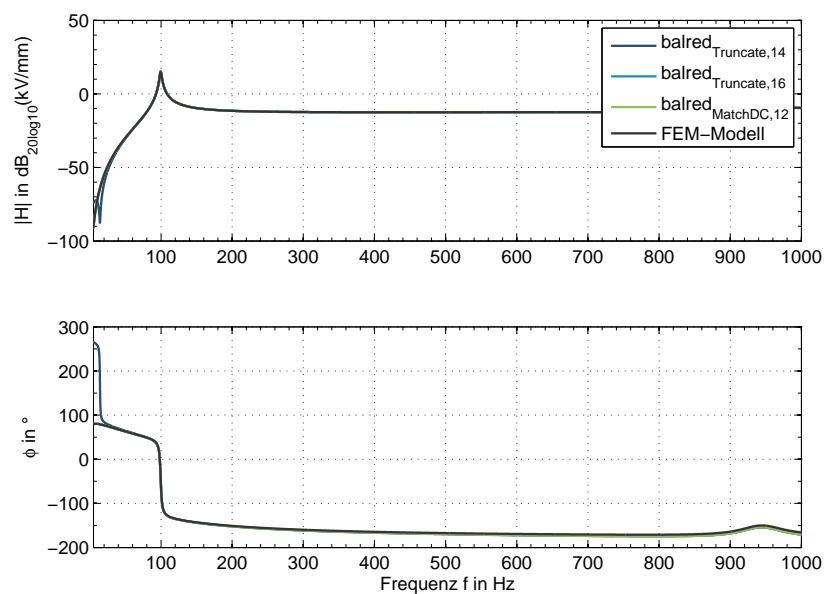


Abbildung 7.25.: Übertragungsfunktion der Wandlerspannung zur Fußpunktverschiebung

7.2. Experimentelle Charakterisierung

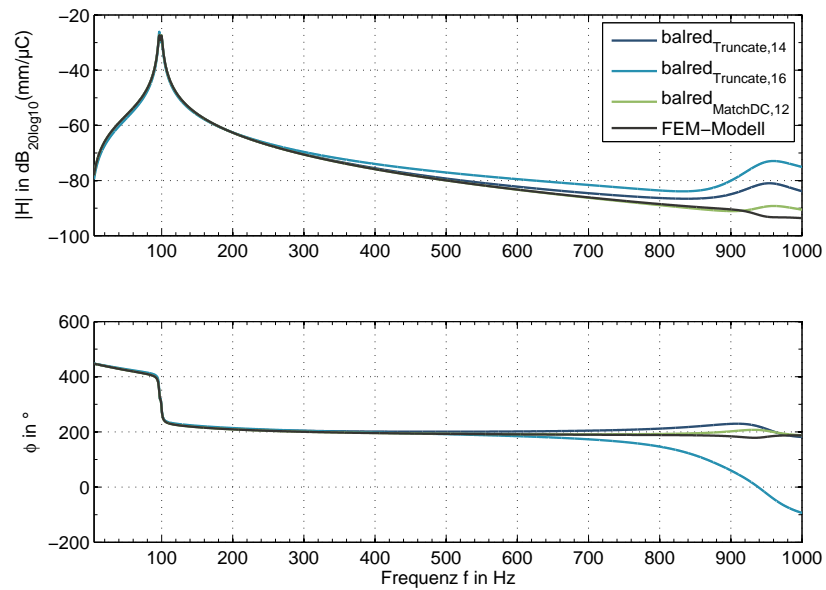


Abbildung 7.26.: Übertragungsfunktion der Kopfverschiebung zur Wandlerladung

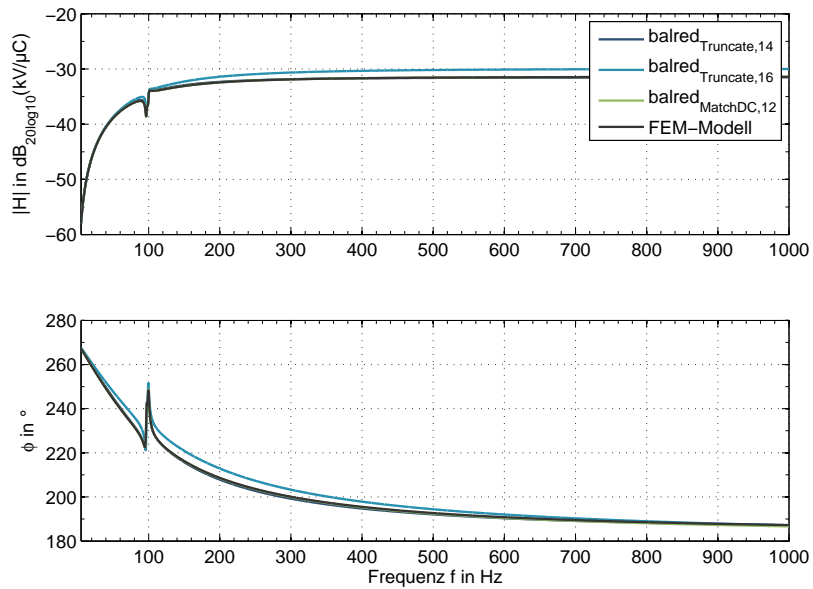


Abbildung 7.27.: Übertragungsfunktion der Wandlerspannung zur -ladung

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

der Modelle, welche mit der Eliminationsmethode „MatchDC“ erzeugt wurden, ergibt, dass das Modell mit $2n = 12$ das kleinste ist, welches das Systemverhalten korrekt abbildet. Das Modell wird in den Bode-Diagrammen durch die grüne Linie repräsentiert. Werden zwei Zustände weniger verwendet, dann kann durch den piezoelektrischen Wandler die gegenphasige erste Biegemode nicht mehr angeregt werden und der Betrag der Übertragungsfunktion steigt zu hohen Frequenzen stark an. Außerdem verändert sich die Lage der Nullstelle bei 459,8 Hz in Abbildung 7.24. Sie verschiebt sich um 2 Hz. Für 12 Zustände zeigt das reduzierte Modell eine sehr gute Übereinstimmung mit dem FEM-Modell. Diese Übereinstimmung kann auch durch zusätzliche Freiheitsgrade nur minimal verbessert werden. Die Analyse der Bode-Diagramme wurde mit offenen Elektroden der piezoelektrischen Wandler wiederholt. Diese Randbedingung entspricht einer Beschaltung mit einem unendlich hohen Widerstand. Die Untersuchung bestätigte die Ergebnisse der zuletzt beschriebenen Analyse. Die Bode-Diagramme sind im Anhang in Abschnitt A.4 in den Abbildungen A.12–A.15 dargestellt. Die im letzten Absatz qualitativ beurteilten Übertragungsfunktionen sollen ab-

Modell	$\ H^{(mm/mm)}\ _2$	$\ H^{(kV/mm)}\ _2$	$\ H^{(mm/\mu C)}\ _2$	$\ H^{(kV/\mu C)}\ _2$
balred _{Tr,14}	29.669	5.511	0.046	0.364
balred _{Tr,16}	29.695	5.512	0.047	0.312
balred _{DC,12}	29.633	5.511	0.047	0.313
FEM-Modell	29.595	5.516	0.047	0.313

Tabelle 7.6.: $\|H\|_2$ -Normen der Modelle

schließend quantitativ bewertet werden. Dazu wurden für die dargestellten Modelle die $\|H\|_2$ -Normen gemäß Gl. (2.35) zwischen 0 und 1000 Hz für eine Frequenzschrittweite von 0,5 Hz berechnet und die Ergebnisse in Tabelle 7.6 eingetragen. Die physikalischen Einheiten in den Klammern (mm/mm) , (kV/mm) , $(mm/\mu C)$, $(kV/\mu C)$ kennzeichnen die Zugehörigkeit zu den Übertragungsfunktionen der Kopf- zur Fußpunktverschiebung, der Wandlerspannung zur Fußpunktverschiebung, der Kopfverschiebung zur Wandlerladung bzw. der Wandlerspannung zur -ladung. Aus den Normen wurde deren relativer Fehler

$$\varepsilon_r = \frac{\|H\|_{2,red} - \|H\|_{2,FEM}}{\|H\|_{2,FEM}}$$

berechnet, welcher in Tabelle 7.7 aufgelistet ist. Die beiden Tabellen bestätigen, dass die mittels der Eliminationsmethode „Truncate“ erstellten Modelle eine schlechtere Übereinstimmung mit dem FEM-Modell haben als jenes, das mit der Eliminationsmethode „MatchDC“ generiert wurden. Das Modell balred_{MatchDC,12} hat somit die geringste Abweichung zum FEM-Modell und wird daher für die folgenden Echtzeituntersuchungen verwendet.

7.3. Validierung der Hardware-in-the-Loop-Simulation

Modell	$\varepsilon_r(mm/mm)$	$\varepsilon_r(kV/mm)$	$\varepsilon_r(mm/\mu C)$	$\varepsilon_r(kV/\mu C)$
balred _{Tr,14}	0.248 %	-0.097 %	-2.413 %	16.202 %
balred _{Tr,16}	0.338 %	-0.074 %	-0.288 %	-0.305 %
balred _{DC,12}	0.128 %	-0.095 %	0.074 %	0.074 %

Tabelle 7.7.: relativer Fehler der $\|H\|_2$ -Normen

7.3. Validierung der Hardware-in-the-Loop-Simulation

Die HiL-Simulation des Energy Harvesters ist, gemäß Unterabschnitt 3.3.2, ein Teilschritt der schrittweisen Systemintegration. Sie ermöglicht das umfangreiche Testen des energieautarken Sensors ohne den zeit- und kostenintensiven Aufbau diverser EH-Prototypen. Die Leistungsfähigkeit und Grenzen der HiL-Simulation sollen hier durch einen Laborversuch überprüft werden. Für die Validierung der Hardware-in-the-Loop-Simulation wurde der in Abbildung 7.10 dargestellte Versuchsstand erweitert. Die Regelungssoftware m+p Vib-Control und der Verstärker bleiben erhalten. Sie werden in der schematischen Darstellung des Versuchs in Abbildung 7.28 durch den Kasten „Shakerregelung“ zusammengefasst. Die Er-

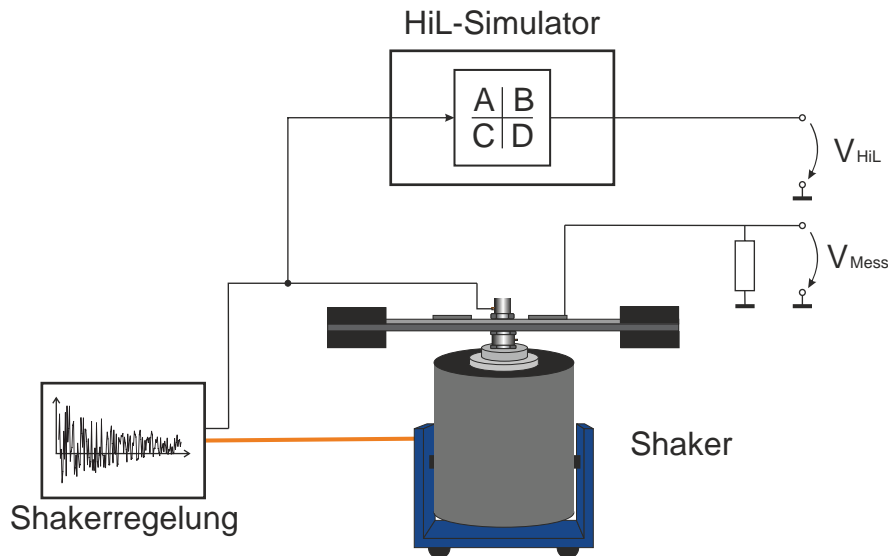


Abbildung 7.28.: Schematische Darstellung des Laborversuchs

weiterung des Versuchsaufbaus wird durch den Kasten „HiL-Simulator“ repräsentiert. Er steht für die RT-Hardware, eine dSpace MicroAutoBox II und das dort laufende Echtzeitmodell. Dieses Modell wurde im vorausgegangenen Abschnitt vorgestellt und an die Anforderungen des Versuchs angepasst.

7. Erprobung und Validierung der Simulationsumgebung

Für die Validierung des Modells wurde der Energy Harvester mit einer geregelten Beschleunigung angeregt. Das selbe Signal wurde in das HiL-System eingespeist. So konnte sichergestellt werden, dass sowohl die HiL-Simulation als auch das Experiment die selben Eingangsdaten haben. Für die Entwicklung der Sensor-Hardware ist die Qualität der elektromechanischen Übertragung ausschlaggebend. Diese wurde in einem ersten Test mit einem Lastwiderstand von 10 kOhm ermittelt. Die Anregung erfolgt durch einen Gleitsinus mit der Amplitude 1 m/s^2 . Das Ergebnis ist in Abbildung 7.29 dargestellt. Die Übertragungsfunktionen stim-

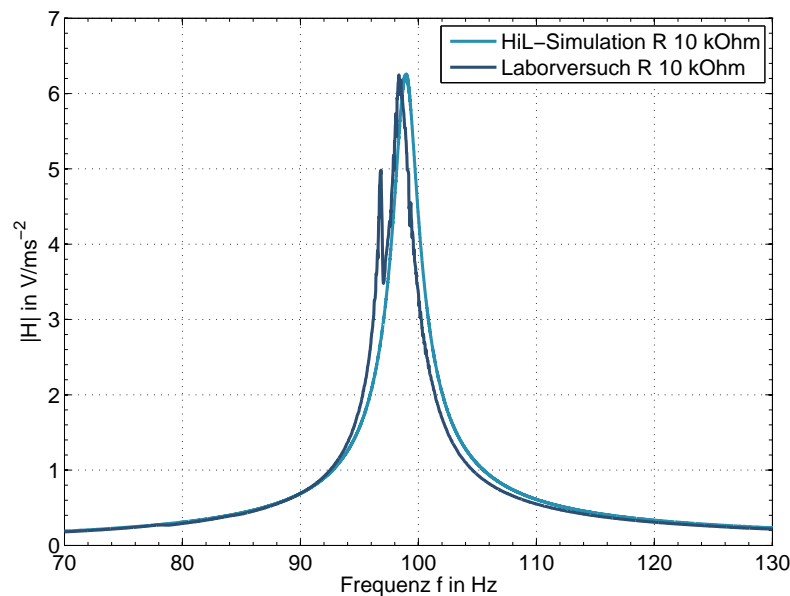


Abbildung 7.29.: Übertragungsfunktion aus dem Labortest

men gut überein. Der gemessene Frequenzgang hat darüber hinaus ein Extremum bei 96,83 Hz. Dieses wird durch die gegenphasige 1. Mode des Energy Harvesters hervorgerufen. In der HiL-Simulation tritt sie wegen der ideal mittigen Anregung nicht auf. Für den zweiten Versuch wurde die Radsatzbeschleunigungen der 23,8 km langen Strecke Worms–Bensheim mit Zwischenhalten in Bürstadt und Lorsch verwendet. Aus der elektromechanischen Übertragungsfunktion wurde hierbei die generierte Energie berechnet, welche in einem 400 Ohm Widerstand umgewandelt wird. Der niedrigere Widerstand wurde verwendet, um die Ausgangsspannung des Energy Harvesters an den zulässigen Bereich des Datenerfassungssystems anzupassen. In Abbildung 7.30 ist der Verlauf, der während der Fahrt gesammelten Energie dargestellt. Die gestrichelten Linien veranschaulichen den Mittelwert der generierten Energie. Die durch das reduzierte Modell in der HiL-Simulation vorhergesagte Energie liegt hiernach unter der des Prototypen. In einem abschließenden Test wurde die HiL-Simulation mit einem Prototypen des

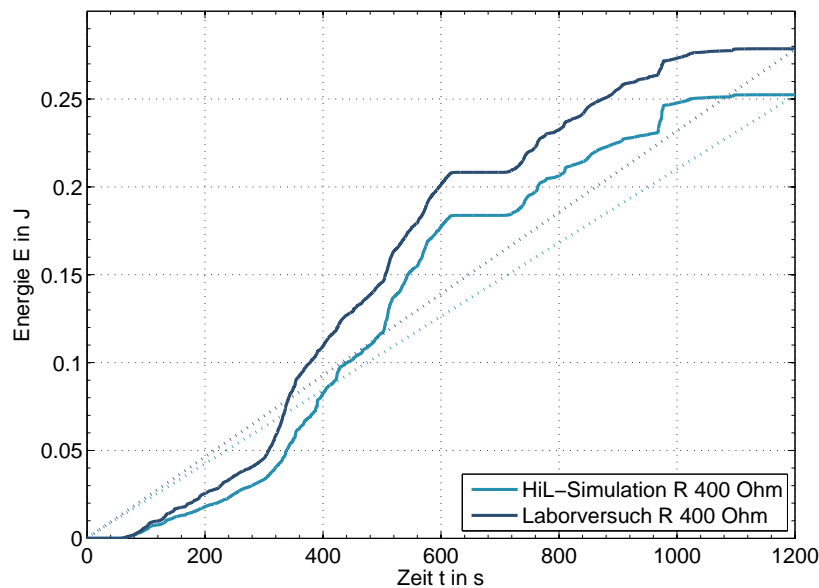


Abbildung 7.30.: Generierte Energie im Vergleich

Sensorknoten gekoppelt. Dieser wurde parallel zu den Arbeiten an dem Energy Harvester entwickelt [81]. Hierfür wurde der im Handel erhältliche Sensorknoten Libelium Wasp mote verwendet. Dieser Knoten basiert auf der Arduino-Plattform und ist mit einem ATmega1281 Mikrocontroller, einer Echtzeituhr (RTC)⁶, einem ZigBee-Funkmodul und einem internen Temperatursensor ausgestattet. Dieser Sensor wurde zur Bestimmung der Temperatur in dieser Arbeit verwendet. Bei diesem Versuch übermittelte der energieautarke Sensor die gemessene Temperatur dreimal in Abständen unter 10 km bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 50 km/h.

7.4. Feldtest

Nach der Durchführung der Laborversuche wurde der energieautarke Sensor, bestehend aus dem Energy Harvester, dem Energiespeicher und dem Sensorknoten, in einem Gehäuse oberhalb des Radlagers am Federbund des Güterwagens installiert. Der Aufbau ist in Abbildung 7.31 dargestellt. Die Konfiguration der Messung wurde von der Ermittlung der Betriebslasten in Abschnitt 6.3.2 übernommen. Außerdem wurden während des Tests die Spannung des Speicherkondensators und die Funktionstüchtigkeit der Sensorplattform überwacht. Die Durchführung der Messung erfolgt am 06.04.2012 auf der Strecke Darmstadt–

⁶engl.: Real-Time Clock

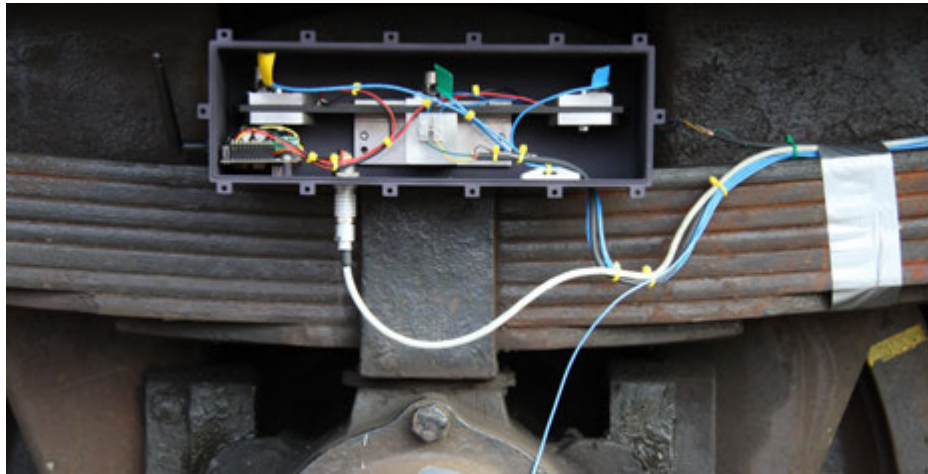


Abbildung 7.31.: Installation des energieautarken Sensors für den Feldtest



Abbildung 7.32.: Teststrecke Stockstadt am Rhein – Worms – Bürstadt

Worms–Bürstadt im Rahmen des regulären Fahrplans. In Abbildung 7.32 ist ein repräsentativer Streckenabschnitt zwischen Stockstadt, Worms und Bürstadt abgebildet. Dieser Abschnitt hat eine Länge von 34,90 km und wurde mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 50 km/h durchfahren. In Abbildung 7.33 ist die Beschleunigung am Radsatzlager des Güterwagens und die Spannung des Speicherkondensators U_{C_s} abgebildet. Deutlich zu erkennen ist der fast vierminütige Zwischenstop in Worms bei dem die Beschleunigung Null ist und der Kondensator nicht geladen wird. Während der Fahrt steigt U_{C_s} kontinuierlich bis genug Energie vorhanden ist, um eine Temperaturmessung durchzuführen und die Daten per Funk an einen Rechner im Güterwagen zu senden. Der Zyklus wird auf der Strecke fünfmal durchlaufen. Das entspricht einer Überwachung der Radlager-

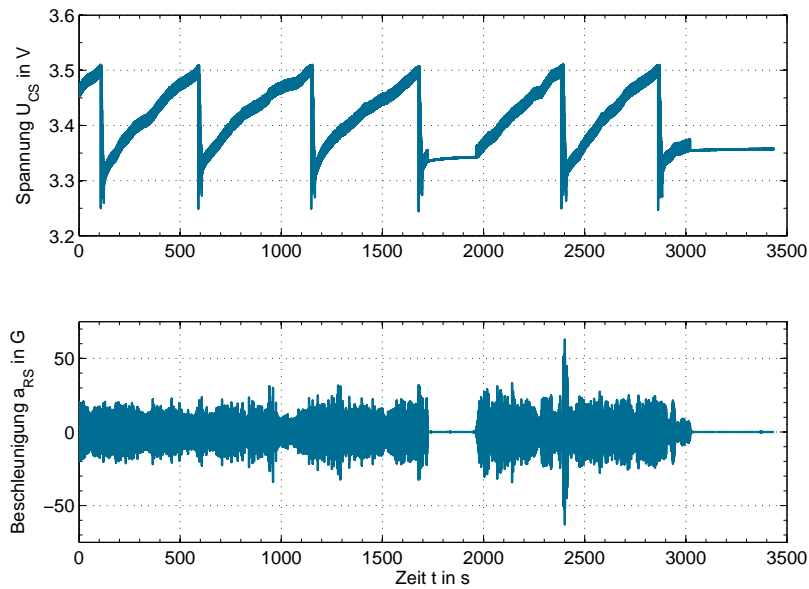


Abbildung 7.33.: Ladezustand des Speicherkondensators und Beschleunigung im Feldtest

temperatur in einem Intervall von ca. 7 km. Diese Werte entsprechen denen durch die methodische Entwicklung vorhergesagten und bestätigen somit die Ergebnisse der Simulationen und Labortests. Die Wegstrecken zwischen den Messungen sind mehr als ein Drittel kleiner als der typische Abstand zwischen zwei Heißläuferortungsanlagen. Somit konnte nachgewiesen werden, dass die wagenfeste energieautarke Detektion realisierbar ist und eine Erhöhung der Informationsdichte bewirkt.

8. Schlussfolgerungen und Ausblick

Datenerfassungssysteme, die drahtlos und energieautark arbeiten, können bei der Realisierung innovativer Instandhaltungskonzepte von Güterwagen einen relevanten Beitrag leisten. Die Auslegung solcher energieautarker Sensoren stellt aufgrund ihrer Komplexität eine ingenieurtechnische Herausforderung dar. Die zentrale Aufgabe bei der Auslegung ist die Schaffung einer ausgeglichenen Energiebilanz zwischen der Quelle und dem Verbraucher. Der Entwurf des Energy-Harvesting-Systems, welches die Umgebungsenergie effizient wandelt, ist hierbei eine der zentralen Aufgaben. In der vorliegenden Arbeit wurde daher eine Simulationsumgebung für piezoelektrische Vibrations-Energy-Harvester entwickelt und diese in eine methodische Auslegungsstrategie integriert. Dabei stand die Erstellung entwicklungsprozess- und domänenübergreifender numerischer Modelle im Zentrum der Arbeit.

Energieautarke Sensoren sind stark gekoppelte elektromechanische Systeme, deren Systemkomponenten energetisch ausgeglichen sein müssen. Die Entwicklung der Sensoren wird in Anlehnung an das V-Modell für mechatronische Systeme durchgeführt. Folglich werden für deren Entwurf Finite-Elemente- und System-simulationsprogramme verwendet. Die Absicherung der Eigenschaften während der Systemintegration erfolgt durch Hardware-in-the-Loop-Simulationen. Die genannten Simulationsprogramme stellen unterschiedliche Anforderungen an die Modelleigenschaften, so dass die Modelle häufig unabhängig voneinander gepflegt werden. Die Nutzung von numerischen Modellen, welche aus einer zentralen Datenbasis gemäß dem aktuellen Entwicklungsstand abgeleitet werden, lässt hingegen eine Steigerung der Effizienz erwarten. Als Basis für die Ableitung wurde in dieser Arbeit das FEM-Modell gewählt, da es den höchsten Detaillierungsgrad besitzt. Aus diesem werden mittels Modellreduktionsverfahren Modelle für die System- und die HiL-Simulation erzeugt.

Die Induktivität der piezoelektrischen Wandler wird wegen ihres geringen Betrags in der FE-Formulierung vernachlässigt. Daher ist die Massenmatrix singulär und die elektrischen Freiheitsgrade verursachen theoretisch unendlich hohe Eigenfrequenzen. Modale Reduktionsverfahren sind ungeeignet, da diese hohen Frequenzen infinitesimale Abtastschritte erfordern, wodurch eine effiziente Simulation im Zeitbereich impraktikabel wird. Mit den Krylow-Unterraum-Verfahren ist die Modellreduktion möglich. Diese Modellreduktion basiert auf einer Ähnlichkeitstransformation, wobei jedoch die sehr hohen Eigenfrequenzen im Modell erhalten bleiben. Als Lösung dieser Problematik wurden die Systemmatrizen des FEM-Modells extrahiert, die elektrischen Freiheitsgrade separiert und so sub-

8. Schlussfolgerungen und Ausblick

stituiert, dass die Massenmatrix regulär wird. Auf das resultierende Modell wird ein Krylow-Unterraum-Verfahren angewendet. Dabei wurde beobachtet, dass aufgrund der impliziten Approximation der Übertragungsmatrix hohe Eigenwerte im reduzierten System entstehen. Diese verursachen ebenfalls kleine Abtastintervalle, welche die Echtzeitfähigkeit und somit den Einsatz in HiL-Simulationen verhindern. Die hohen Eigenwerte haben keine reale physikalische Entsprechung, sondern dienen der Approximation des vernachlässigten Restgliedes der matrixwertigen Übertragungsfunktion. Sie werden durch den Arnoldi-Algorithmus implizit erzeugt. Es wird daher empfohlen, eine kaskadierte Reduktion aus Krylow-Unterraum-Verfahren und Balanciertem Abschneiden anzuwenden. In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, dass so das notwendige Abtastintervall vergrößert und eine HiL-Simulation ermöglicht wird. Die vorgeschlagene Methodik wurde am Beispiel eines piezoelektrischen Energy Harvesters erprobt. Dabei konnte nachgewiesen werden, dass die Werkzeugkette echtzeitfähige Simulationsmodelle für HiL-Tests erzeugt.

Für die Auslegung ist die Bestimmung der Lasten, Rand- und Ankopplungsbedingungen der numerischen Modelle und die Erzeugung von Prüfsignalen und Echtzeitmodellen für die Labortests essenziell. Dafür sind experimentelle Untersuchungen der dynamischen Eigenschaften der zu überwachenden Zielapplikation notwendig. Diese Untersuchungen werden exemplarisch an einem Güterwagen durchgeführt, um die Verkettung der entsprechenden Simulationsmethoden zu validieren. Es wurde in dieser Arbeit demonstriert, wie mit den Betriebslasten, der Eigendynamik der Anwendungsplattform und den Materialdaten der Komponenten des Energy Harvesters das Euler-Bernoulli-Balkenmodell aus Unterabschnitt 4.3.1 parametrisiert und eine Machbarkeitsanalyse durchgeführt werden kann. Nach deren erfolgreichem Abschluss folgte mit den Betriebslasten, den Ergebnissen der experimentellen Modalanalyse und einem Shakerversuch des Prototyps die Erstellung eines validierten FEM-Modells des Vibrations-Energy-Harvesters. Die hierbei gewonnenen praktischen Erfahrungen können bei der Auslegung zukünftiger EH-Systeme angewendet werden, um deren Umsetzung effizienter durchführen zu können. Mit dem validierten Modell wurde eine HiL-Simulation realisiert und so die Leistungsfähigkeit der Simulationsumgebung gezeigt.

Für die weitergehende Entwicklung ist zunächst die Einbindung der verbleibenden Komponenten der energieautarken Sensoren in die Simulationsumgebung von Interesse. Für die HiL-Simulation können in diesem Zusammenhang Schaltungsmodelle des Energiemanagements entwickelt werden. Eine besondere Herausforderung stellt dabei die Beschreibung der nichtlinearen Elemente wie zum Beispiel der Gleichrichter und der SSHI-Schaltungen dar.

Die Modellbildung der Anregung, unter Berücksichtigung der Stillstandzeiten und der unterschiedlichen Laufleistung von Eisenbahngüterzügen sowie typischer Streckenprofile, ist ebenfalls ein relevantes Thema für weiterführende Arbeiten. In der Entwurfsphase können mit einem parametrischen Modell der Anregung unter-

schiedliche Einsatzszenarien simuliert und so die Auslegung des energieautarken Sensors weiter abgesichert werden. Für die Systemintegration werden daraus Anregungsprofile für die HiL-Simulationen und die Labortests erstellt. Die aufwendigen Messungen der Betriebslasten können dadurch auf ein Minimum begrenzt werden, welches für die Kalibrierung des Modells notwendig ist.

In Bezug auf die Modellreduktion ist die Überprüfung weiterer Verfahren zur Erzeugung echtzeitfähiger Modelle eine relevante Aufgabenstellung für zukünftige Untersuchungen. Potentielle Kandidaten für die Überprüfung sind das Balancierte Abschneiden für große dünnbesetzte Systemmatrizen [19] oder das modale Abschneiden der komplexen Moden mit der Approximation des Restgliedes durch ein Krylow-Unterraum-Verfahren [105]. Das letztgenannte Verfahren ist besonders interessant, da es parametrische reduzierte Modelle erzeugt. Damit wären Parameterstudien in der HiL-Simulation komfortabel umsetzbar.

A. Mess- und Simulationsergebnisse

A.1. Messung der Betriebsschwingungen am 22.04.2011

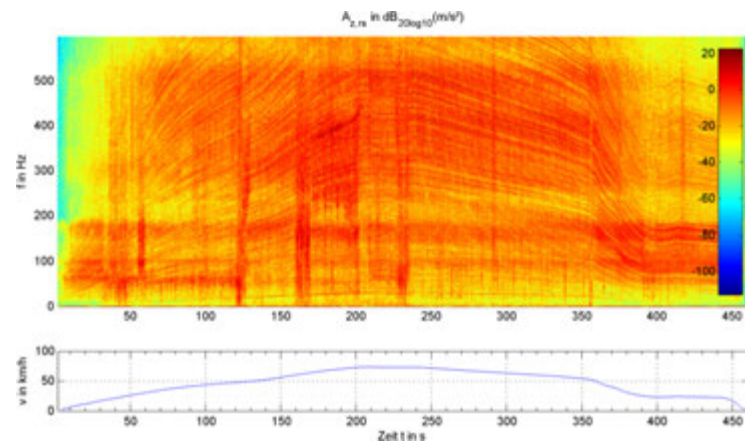
A.1.1. Liste der Fahrten und Teilstrecken

Fahrt	Teilstrecke	Zeit t in s	Start und Ziel
0	1	0-610	Darmstadt – Bensheim
0	2	610-1200	Darmstadt – Bensheim
0	3	1220-1400	Darmstadt – Bensheim
1	1	0-460	Bensheim – Lorsch
1	2	600-1200	Lorsch – Bürstadt
1	3	1650-2620	Bürstadt – Worms
2	1	0-930	Worms – Bürstadt
2	2	1170-1750	Bürstadt – Lorsch
2	3	1800-2240	Lorsch – Bensheim
3	1	90-600	Bensheim – Lorsch
3	2	650-1240	Lorsch – Bürstadt
3	3	1280-2160	Bürstadt – Worms
4	1	0-1040	Worms – Bürstadt
4	2	1350-1940	Bürstadt – Lorsch
4	3	2010-2450	Lorsch – Bensheim

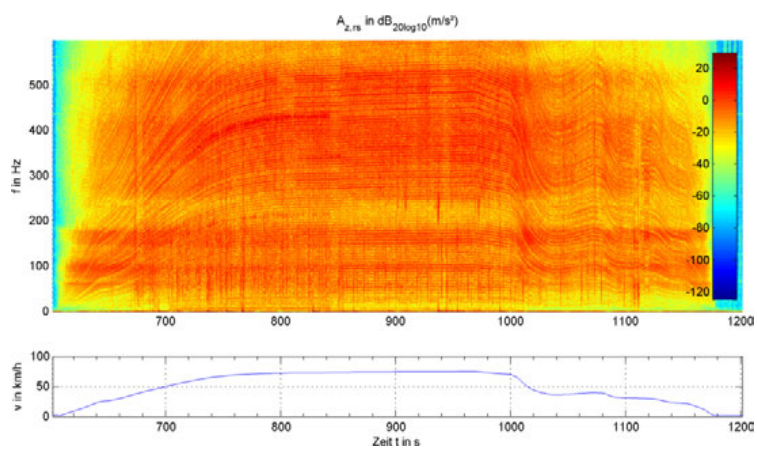
Tabelle A.1.: Fahrten und Teilstrecken

A. Mess- und Simulationsergebnisse

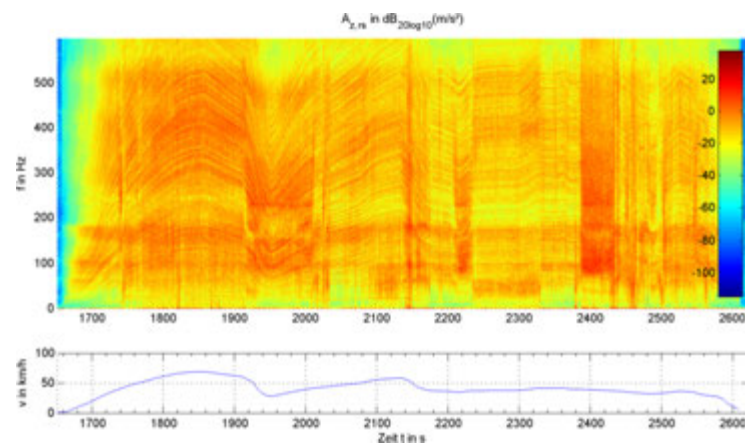
A.1.2. Spektrogramme des Radsatzes und Wagenkastens



(a) Teilstrecke Bensheim – Lorsch



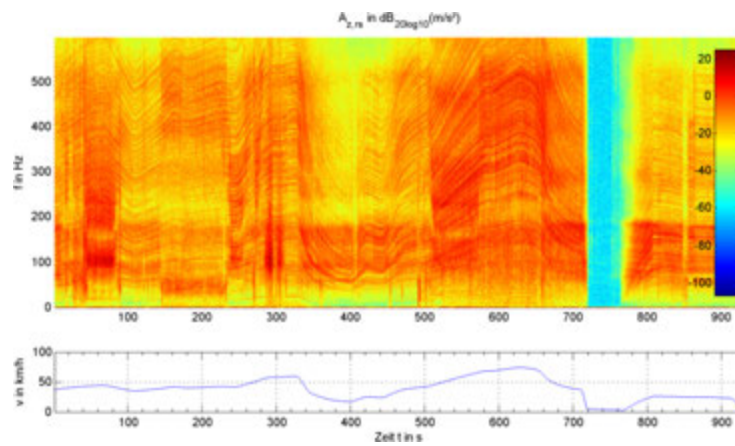
(b) Teilstrecke Lorsch – Bürstadt



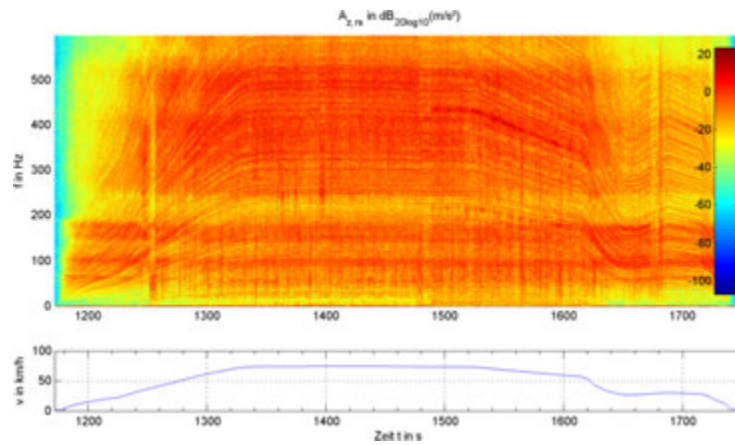
(c) Teilstrecke Bürstadt – Worms

Abbildung A.1.: 1. Fahrt Bensheim – Worms, 22.04.2011, Radsatz

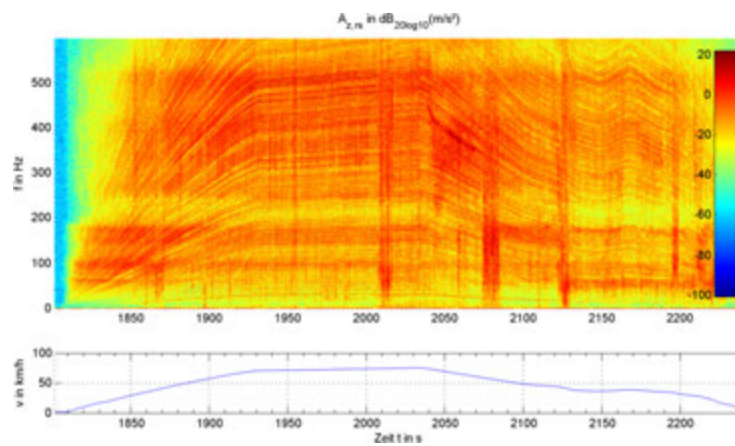
A.1. Messung der Betriebsschwingungen am 22.04.2011



(a) Teilstrecke Worms – Bürstadt



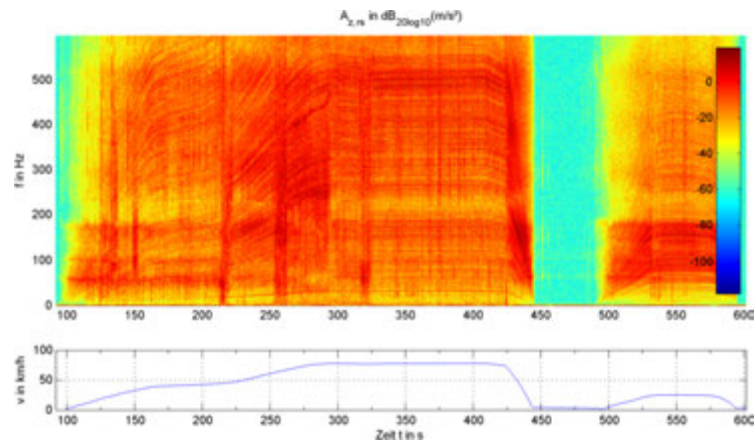
(b) Teilstrecke Bürstadt – Lorsch



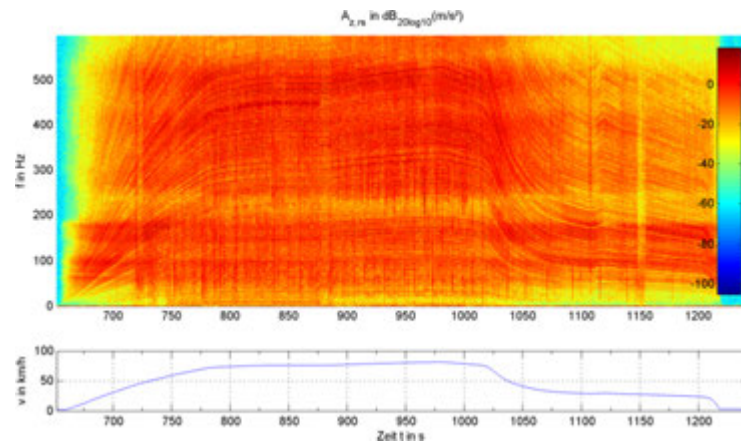
(c) Teilstrecke Lorsch – Bensheim

Abbildung A.2.: 2. Fahrt Worms – Bensheim, 22.04.2011, Radsatz

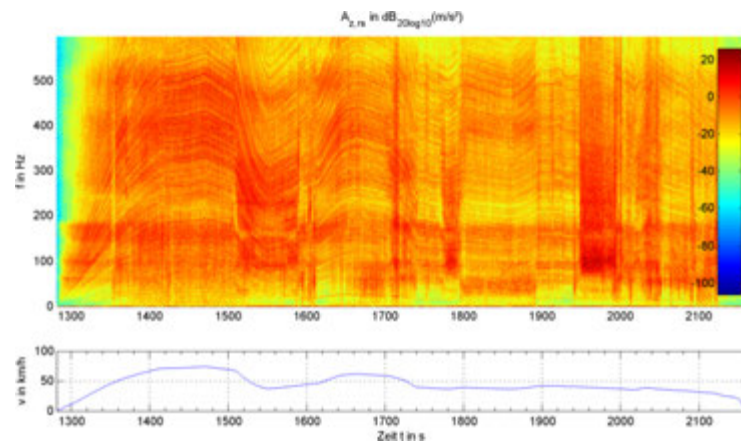
A. Mess- und Simulationsergebnisse



(a) Teilstrecke Bensheim – Lorsch



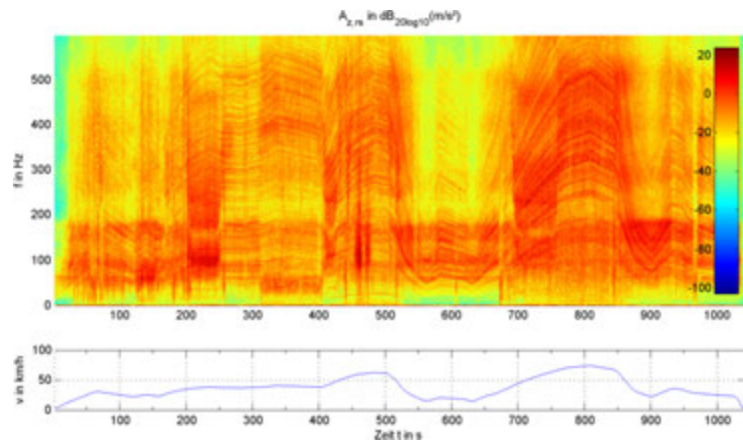
(b) Teilstrecke Lorsch – Bürstadt



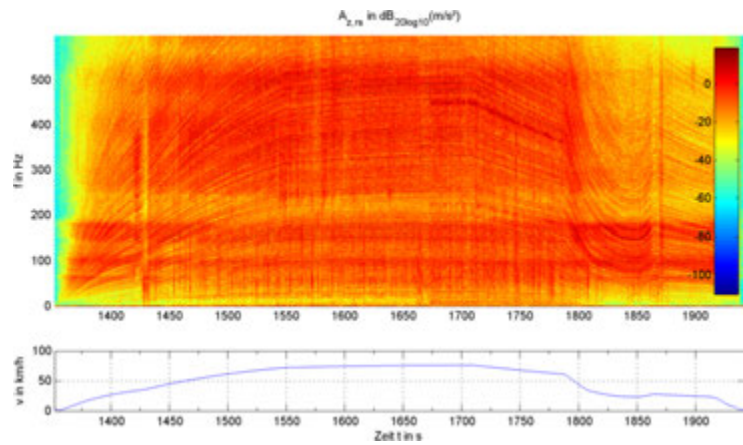
(c) Teilstrecke Bürstadt – Worms

Abbildung A.3.: 3. Fahrt Bensheim – Worms, 22.04.2011, Radsatz

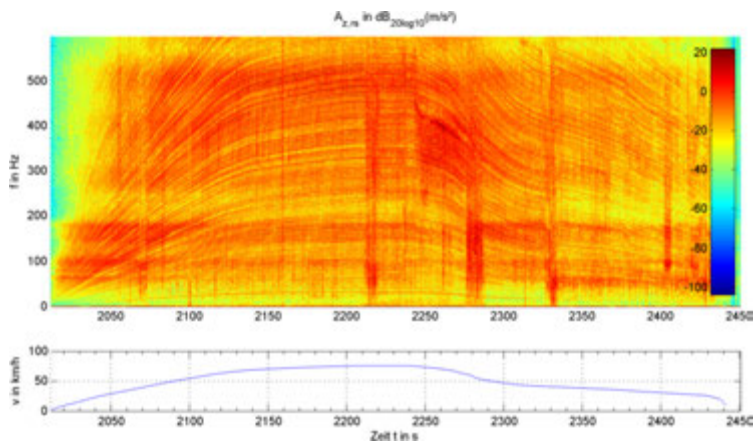
A.1. Messung der Betriebsschwingungen am 22.04.2011



(a) Teilstrecke Worms – Birstadt



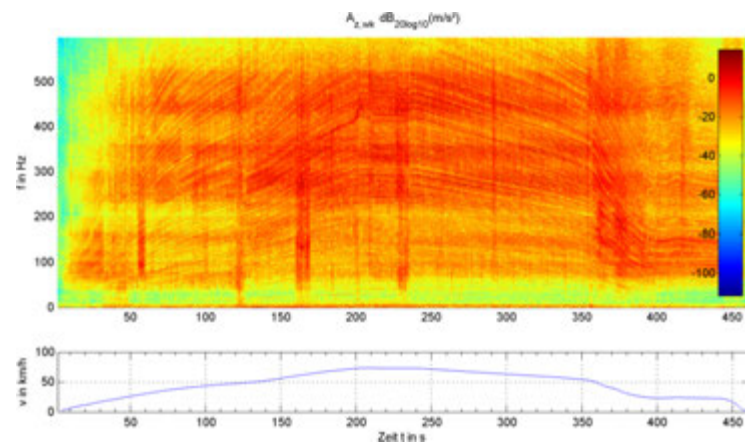
(b) Teilstrecke Birstadt – Lorsch



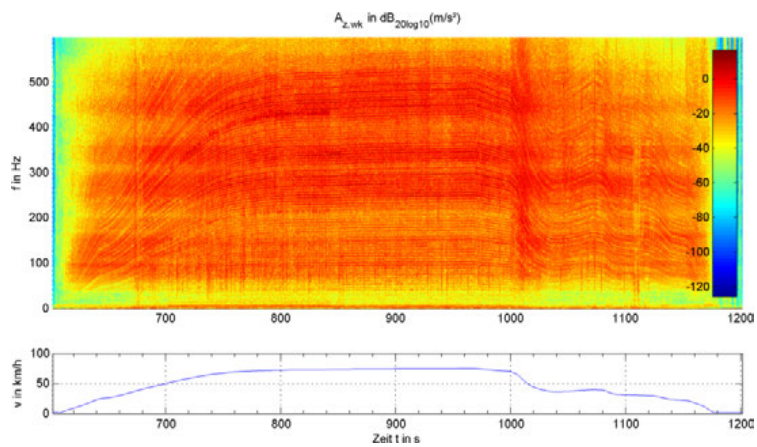
(c) Teilstrecke Lorsch – Bensheim

Abbildung A.4.: 4. Fahrt Worms – Bensheim, 22.04.2011, Radsatz

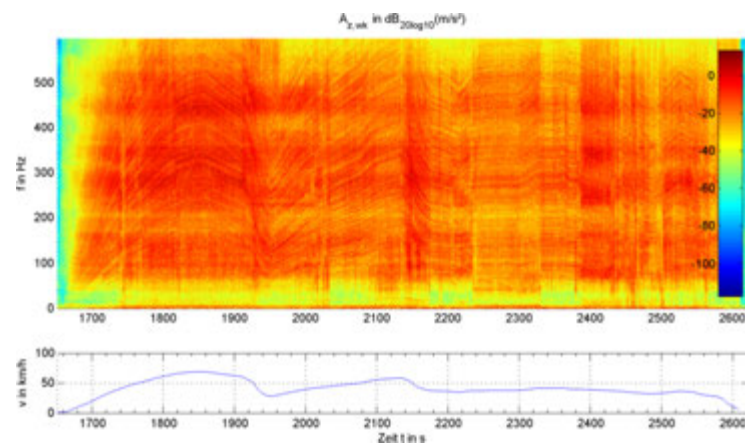
A. Mess- und Simulationsergebnisse



(a) Teilstrecke Bensheim – Lorsch



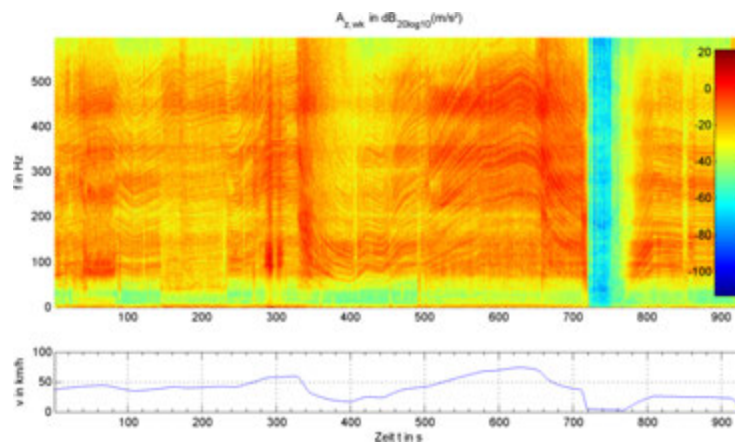
(b) Teilstrecke Lorsch – Bürstadt



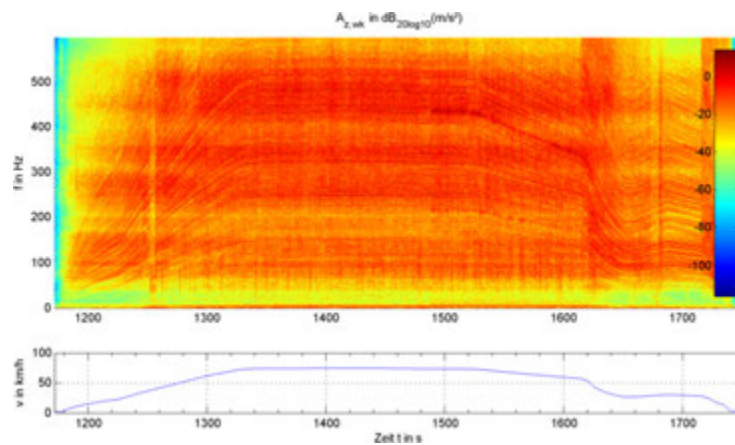
(c) Teilstrecke Bürstadt – Worms

Abbildung A.5.: 1. Fahrt Bensheim – Worms, 22.04.2011, Wagenkasten

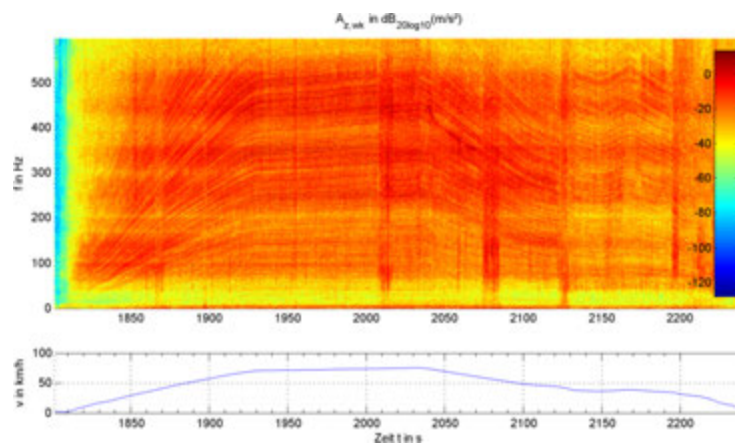
A.1. Messung der Betriebsschwingungen am 22.04.2011



(a) Teilstrecke Worms – Birstadt



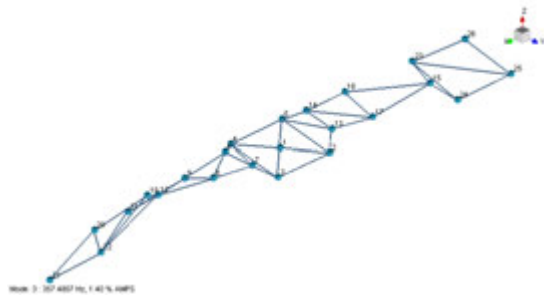
(b) Teilstrecke Birstadt – Lorsch



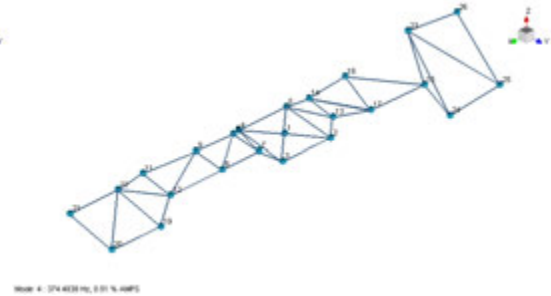
(c) Teilstrecke Lorsch – Bensheim

Abbildung A.6.: 2. Fahrt Worms – Bensheim, 22.04.2011, Wagenkasten

A.2. Moden der experimentellen Modalanalyse

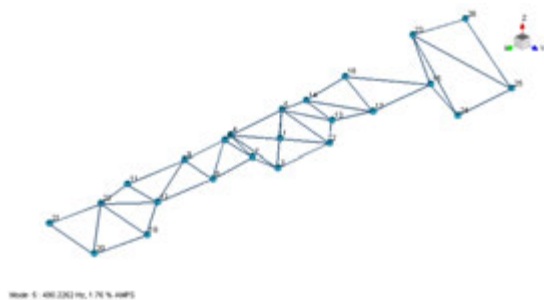


(a) 3. Mode

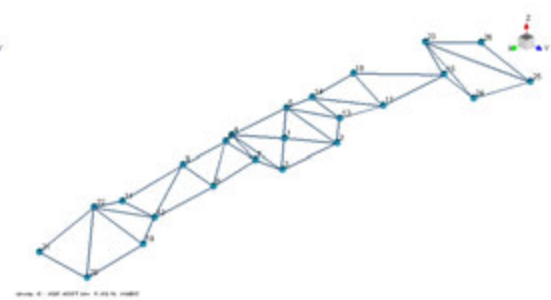


(b) 4. Mode

Abbildung A.7.: Darstellung der 3. und 4. Mode

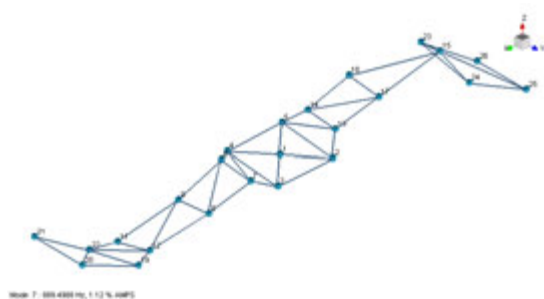


(a) 5. Mode

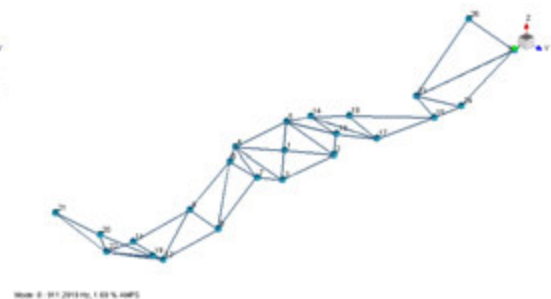


(b) 6. Mode

Abbildung A.8.: Darstellung der 5. und 6. Mode



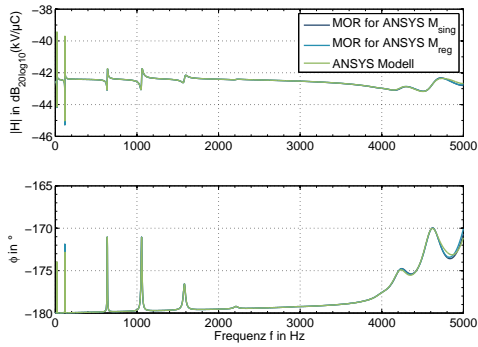
(a) 7. Mode



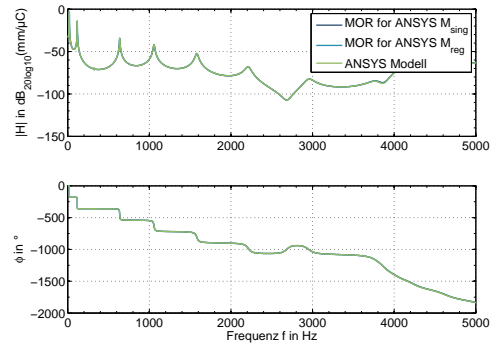
(b) 8. Mode

Abbildung A.9.: Darstellung der 7. und 8. Mode

A.3. Übertragungsfunktionen des reduzierten Modells

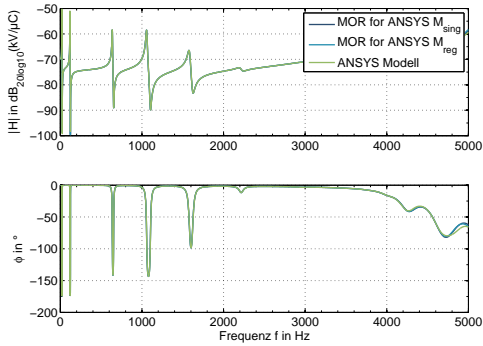


(a) Wandlerspannung oben zu Ladung

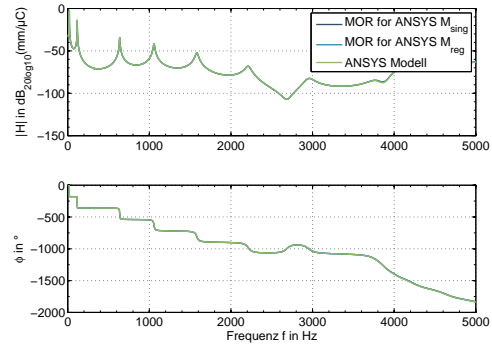


(b) Kopfverschiebung zu Ladung

Abbildung A.10.: Übertragungsfunktionen bei Anregung des oberen PZT-Wandlers



(a) Wandlerspannung oben zu Ladung



(b) Kopfverschiebung zu Ladung

Abbildung A.11.: Übertragungsfunktionen bei Anregung des unteren PZT-Wandlers

A.4. Modellqualität der reduzierten Modelle

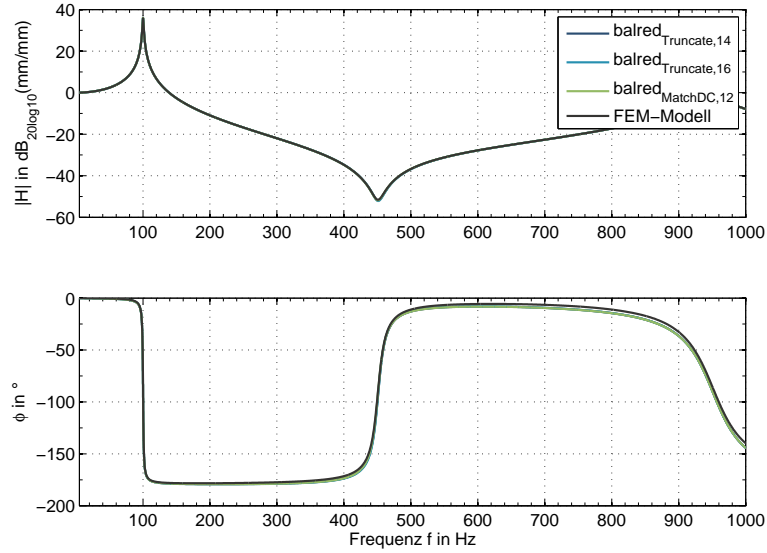


Abbildung A.12.: Übertragungsfunktionen der Kopfverschiebung zur Fußpunkt-
erregung

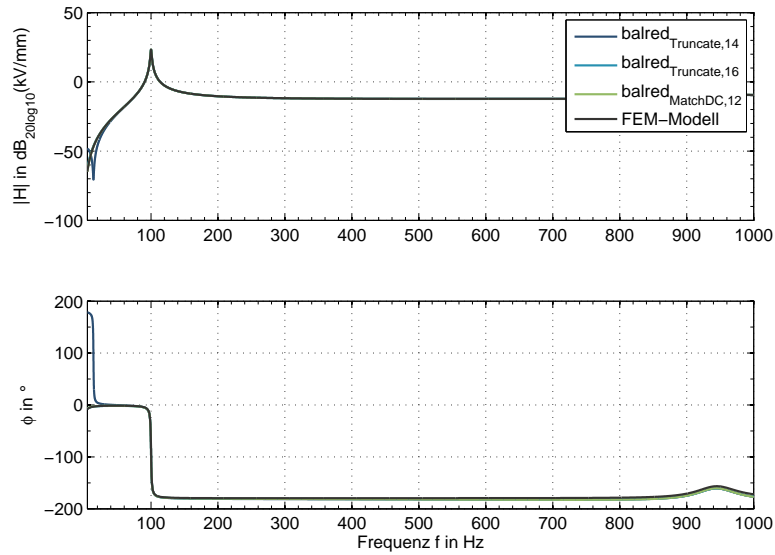


Abbildung A.13.: Übertragungsfunktionen der Wandlerspannung zur Fußpunkt-
erregung

A.4. Modellqualität der reduzierten Modelle

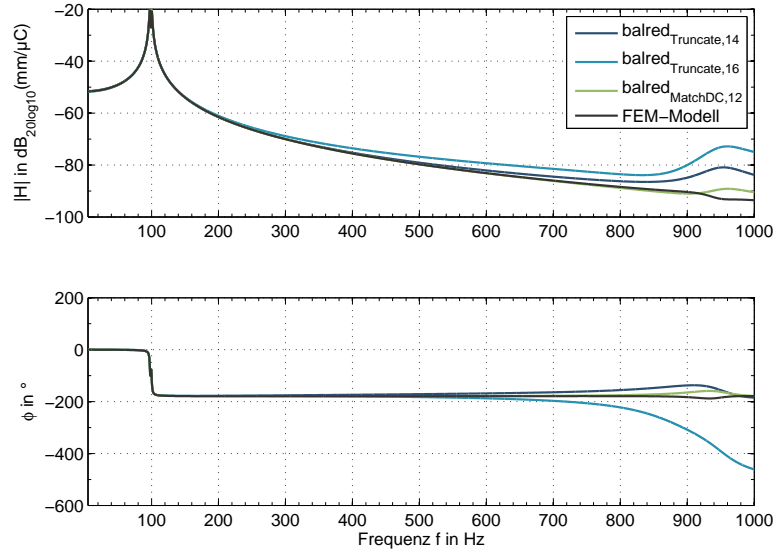


Abbildung A.14.: Übertragungsfunktionen der Kopfverschiebung zur Wandlerladung

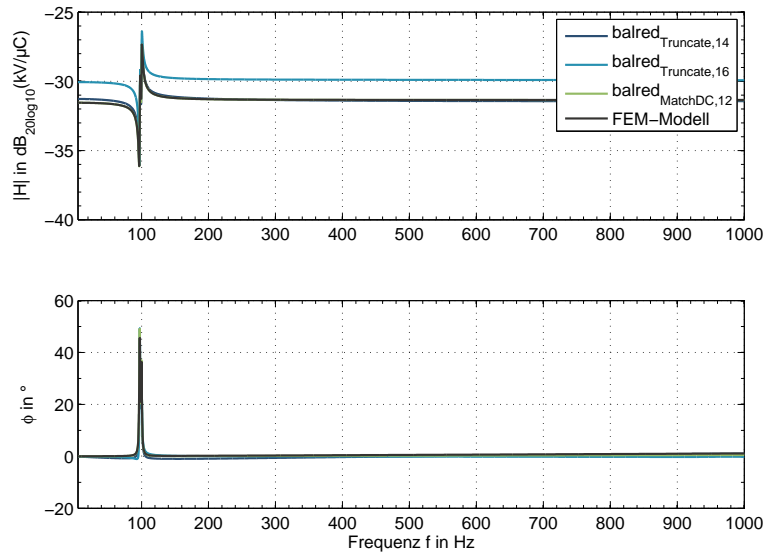
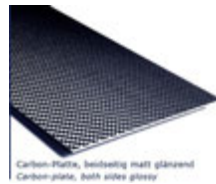


Abbildung A.15.: Übertragungsfunktionen der Wandlerspannung zur -ladung

B. Datenblätter

B.1. Materialdaten

Technische Daten
Carbonplatten
technical data
carbonplates



Faserorientierung fiber alignment	Bidirektional 0°/90°
Gewebeart fabric	Köper 2/2
Faservolumenanteil fiber volume	ca./aprox. 60 %
Oberflächen surface	Beidseitig glatt, sichtbare Struktur, matt glänzend both sides smooth visibel structure, shiny
Temperaturbeständigkeit temperature resistance	bis 110°C up to 110 °C
Biegefestigkeit flexural strength	0°= 1050 MPa 90°= 900 MPa
Biege-E-Modul flexural-E-Modul	0°= 62 GPa 90°= 60 GPa
ILS	0°= 68 MPa 90°= 0 MPa
Zug-E-Modul tesile-E-Modul	0°= 60 GPa 90°= 60 GPa
Zugfestigkeit tensile strength	0°= 950 MPa 90°= 900 MPa
Bruchdehnung fracture strain	1,6-1,7%
Dichte density	1,5-1,6g/cm³
Wärmeausdehnung thermal expansion coefficient	-0,1 * 10 ⁻⁶ * K ⁻¹ zur Faser längs along the fiber 21 * 10 ⁻⁶ * K ⁻¹ zur Faser quer crosswise the fiber
röntgentransparent radiolucent	100%
elektrischer Widerstand specific elctrical resistance	1,6* 10 ⁻³ Ohm*cm
Wärmeleitzahl heat conductivity	17 [W/(m* K)]
spezifische Wärmekapazität specific heat capacity	710 [J/kg* K)]
schwingungsfest no vibrations	
UV-Stabilität UV-resistant	handelsüblichen Klarlack aufbringen by using standard varnish
Korrosionsbeständigkeit corrosion-resistant	z.B. Benzin, Öl, Salzwasser, Flusssäure e.g. petrol, oil, saltwater, hydrofluoric acid
Bearbeitung handling	bohren, fräsen, sägen, kleben drill, mill, cutt, glue

Gewichtsübersicht weights:

	Format size 150x340 mm	250x340	340x520	670x1040
Stärke/thickness 0,5 mm	40 Gramm/gramms	67	139	546
1,0	56	93	194	765
1,5	119	199	414	1631
2,0	165	275	572	2254
2,5	205	342	711	2800
3,0	245	408	849	3347
4,0	326	543	1130	4454
5,0	410	683	1421	5602

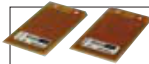
aktualisiert am 3. Mai 2010

Carbon Team Germany GmbH • An der Flachsbrüche 12 • D-97828 Markttheidenfeld • Telefon + 49-(0)9391-9199-802 • Telefax + 49-(0)9391-9199-808
HRB 9186 Amtsgericht Würzburg • Geschäftsführer: Markus Kreuzer • Email: info@carbon-team.de • Web: www.carbon-team.de • UST-ID: DE250123241
HypoVereinsbank Wiesbaden • BLZ 510 201 86 Konto 344 581 100 • IBAN: DE03 5102 0186 0344 581100 SWIFT: HYVEDE33478 • paypal@carbon-team.de

Abbildung B.1.: Materialdaten der kohlenstofffaserverstärkten Kunststoffplatte

Modellauswahl

DuraAct™ Flächenwandler

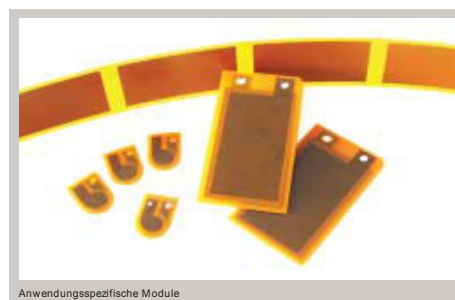


Modell	Abmessung L x W x T [mm]	Masse [g]	Aktive Fläche [cm ²]	Kapazität [nF]	Min./Max. Ansteuer- spannung [V]	Laterale Kontraktion/ elektrische Spannung [μm/m/V]	Freie laterale Kontraktion S ₀ [μm/m]	Max. Blockierkraft F _B [N]	E-Modul [GPa]
P-876.A11	61 x 35 x 0,4	2,1	15	150	-50 bis 200	1,6	450	90	16,4
P-876.A12	61 x 35 x 0,5	3,5	15	90	-100 bis 400	1,3	650	265	23,3
P-876.A15	61 x 35 x 0,8	7,2	15	45	-250 bis 1.000	0,64	800	775	34,7

In Vorbereitung

Modell	Abmessung L x W x T [mm]	Masse [g]	Aktive Fläche [cm ²]	Kapazität [nF]	Min./Max. Ansteuer- spannung [V]	Laterale Kontraktion/ elektrische Spannung [μm/m/V]	Freie laterale Kontraktion S ₀ [μm/m]	Max. Blockierkraft F _B [N]	E-Modul [GPa]
P-876.A22	113 x 35 x 0,5	6,5	30	180	-100 bis 400	1,3	650	265	23,3
P-876.A42	113 x 67 x 0,5	12,5	60	360	-100 bis 400	1,3	650	527	24,2
P-876.A25	113 x 35 x 0,8	13,5	30	90	-250 bis 1.000	0,64	800	775	34,7
P-876.A45	113 x 67 x 0,8	27,0	60	180	-250 bis 1.000	0,64	800	1.546	36,1
P-876.B12	61 x 55 x 0,5	5,5	25	150	-100 bis 400	1,3	650	438	24,5
P-876.B22	113 x 55 x 0,5	10,0	50	300	-100 bis 400	1,3	650	438	24,5
P-876.B42	113 x 107 x 0,5	20,0	100	600	-100 bis 400	1,3	650	873	25,1
P-876.B15	61 x 55 x 0,8	11,5	25	75	-250 bis 1.000	0,64	800	1.290	36,6
P-876.B25	113 x 55 x 0,8	21,5	50	150	-250 bis 1.000	0,64	800	1.290	36,6
P-876.B45	113 x 107 x 0,8	43,0	100	300	-250 bis 1.000	0,64	800	2.570	37,5
P-876.C12	81 x 30 x 0,5	4,0	17,5	10,5	-100 bis 400	1,3	650	220	22,7
P-876.C22	153 x 30 x 0,5	7,5	35	210	-100 bis 400	1,3	650	220	22,7
P-876.C42	153 x 57 x 0,5	15,0	70	420	-100 bis 400	1,3	650	440	23,8
P-876.C15	81 x 30 x 0,8	8,2	17,5	53	-250 bis 1.000	0,64	800	650	33,8
P-876.C25	153 x 30 x 0,8	16,0	35	105	-250 bis 1.000	0,64	800	650	33,8
P-876.C45	153 x 57 x 0,8	31,5	70	210	-250 bis 1.000	0,64	800	1.290	35,4
P-876.SP1	27 x 15 x 0,5	0,5	0,8	4,75	–	–	–	–	–

Anwendungsspezifische Bauformen



Anwendungsspezifische Module

Dank des modularen Aufbaus der DuraAct™ Technologie ergibt sich eine Vielzahl von Optimierungsmöglichkeiten. Diese betreffen beispielsweise:

- Geometrie des Wandlers
- Flexibilität und Biegsamkeit
- Maximale Einsatztemperatur
- Isolationswerkstoff
- Gestaltung und Material der Elektroderung
- Gestaltung der elektrischen Anschlüsse

Abbildung B.2.: Materialdaten piezoelektrischer Wandler DuraAct



Waspote

General data:

Microcontroller:	ATmega1281
Frequency:	14.7456 MHz
SRAM:	8KB
EEPROM:	4KB
FLASH:	128KB
SD Card:	2GB
Weight:	20gr
Dimensions:	73.5 x 51 x 13 mm
Temperature Range:	[-10°C, +65°C]
Clock:	RTC (32KHz)



Consumption:

ON:	15mA
Sleep:	55µA
Deep Sleep:	55µA
Hibernate:	0.07µA

Operation without recharging: 1 year *

* Time obtained using the Hibernate mode as the energy saving mode

Inputs/Outputs:

7 Analog (I), 8 Digital (I/O), 1 PWM,
2 UART, 1 I2C, 1 USB, 1 SPI

Electrical data:

Battery voltage:	3.3 V - 4.2V
USB charging:	5 V - 100mA
Solar panel charging:	6 - 12 V - 280mA

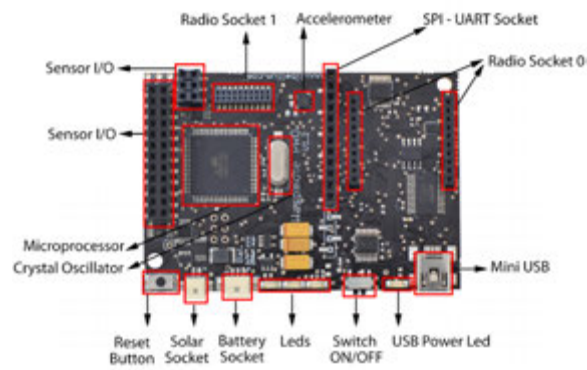


Figure 1: Waspote Board Top

Built-in sensors on the board:

Temperature (+/-): -40°C, +85°C. Accuracy: 0.25°C
Accelerometer: ±2g/±4g/±8g
 Low power: 0.5 Hz/1 Hz/2 Hz/5 Hz/10 Hz
 Normal mode: 50 Hz/100 Hz/400 Hz/1000 Hz

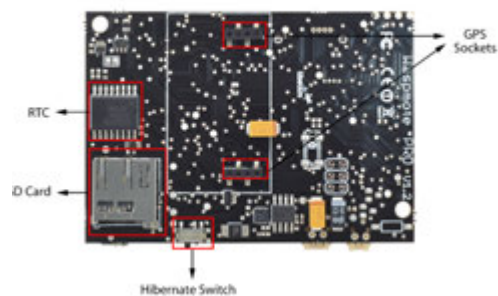


Figure 2: Waspote Board Bottom

Literatur

- [1] *176-1987 - IEEE Standard on Piezoelectricity*. IEEE Standards Association, 1987 (siehe S. 36, 43).
- [2] *ANSYS v14 Mechanical APDL Element Reference, BEAM188* (siehe S. 93).
- [3] T. Aftab u. a. „New modelling approach for micro energy harvesting systems based on model order reduction enabling truly system-level simulation“. In: *Micromechanics and Microsystems Europe Workshop (MME2012)*. 2012 (siehe S. 60).
- [4] M. N. Alburni. „Model Order Reduction of Moving Nonlinear Electromagnetic Devices“. Diss. München: Technische Universität München, 2010 (siehe S. 51).
- [5] H. Allik und T. Hughes. „Finite element method for piezoelectric vibration“. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 2(2) (1970), S. 151–157 (siehe S. 10, 38).
- [6] S. R. Anton und H. A. Sodano. „A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003 – 2006)“. In: *Smart Materials and Structures* 16.3 (2007), R1–R21 (siehe S. 7).
- [7] A. C. Antoulas. *Approximation of Large-Scale Dynamical Systems*. Cambridge University Pr., 2005 (siehe S. 12, 52).
- [8] S. W. Arms. „Energy Harvesting Wireless Sensors for Helicopter Damage Tracking“. In: *American Helicopter Society Annual Forum, Phoenix, AZ, May 11th, 2006*. 2006 (siehe S. 8).
- [9] S. W. Arms u. a. „Energy Harvesting, Wireless, Structural Health Monitoring and Reporting System“. In: *Energy Harvesting, Wireless SHM and Reporting System 2nd Asia-Pacific Workshop on SHM, Melbourne, 2-4 December 2008*. 2008 (siehe S. 8).
- [10] Z. Bai, K. Meerbergen und Y. Su. „Dimension Reduction of Large-Scale Systems“. In: Hrsg. von V. Mehrmann P. Benner und D. C. Sorensen. Bd. 45. Springer Lecture Notes in Computational Science and Engineering. preprint. Springer, 2005. Kap. Arnoldi methods for structure-preserving dimension reduction of second-order dynamical systems, S. 173–189 (siehe S. 23, 63).

- [11] Z. Bai und Y. Su. „Dimension Reduction of Large-Scale Second-Order Dynamical Systems via a Second-Order Arnoldi Method“. In: *SIAM Journal on Scientific Computing* 26.5 (2005), S. 1692–1709 (siehe S. 59).
- [12] T. Bechtold, E. B. Rudnyi und J. G. Korvink. „Error indicators for fully automatic extraction of heat-transfer macromodels for MEMS“. In: *Journal of Micromechanics and Microengineering* 15.3 (2005), S. 430–440 (siehe S. 66).
- [13] P. Beck. „Erstellung eines analytischen Generatormodells für piezoelektrisches Energy Harvesting“. Bachelor Thesis. Hochschule Darmstadt, University of Applied Sciences (h_da), 2013 (siehe S. 29, 45, 66, 94).
- [14] P. Beck. „Schwingungsverhalten des einseitig eingespannten Biegebalkens“. Praktikumsber. Hochschule Darmstadt, University of Applied Sciences (h_da), 2012 (siehe S. 66, 91).
- [15] S. P. Beeby, M. J. Tudor und N. M. White. „Energy harvesting vibration sources for microsystems applications“. In: *Measurement Science and Technology* 17.12 (2006), R175–R195 (siehe S. 7).
- [16] T. Bein u. a. „Smart interfaces and semi-active vibration absorber for noise reduction in vehicle structures“. In: *Aerospace Science and Technology* 12.1 (2008), S. 62–73 (siehe S. 11).
- [17] R. Beller. „Instandhaltung just in time - Siemens Rail Services etabliert sich im Hochgeschwindigkeitsverkehr“. In: *ZEVrail* 135.11-12 (2011), S. 420–425 (siehe S. 4).
- [18] A. Benjeddou. „Advances in piezoelectric finite element modeling of adaptive structural elements: a survey“. In: *Computers and Structures* 76.1-3 (2000), S. 347–363 (siehe S. 38).
- [19] P. Benner. „Numerical Linear Algebra for Model Reduction in Control and Simulation“. In: *GAMM Mitteilungen* 29.2 (2006), S. 275–296 (siehe S. 53, 125).
- [20] P. Benner. „Solving large-scale control problems“. In: *Control Systems, IEEE* 24.1 (2004), S. 44–59 (siehe S. 54).
- [21] S. Blume. „Theorie elektromagnetischer Felder“. In: 4. Aufl. Hüthig, 1994. Kap. 3, S. 75 (siehe S. 43).
- [22] K. Borgeest. „Elektronik in der Fahrzeugtechnik, Hardware, Software, Systeme und Projektmanagement“. In: 2. Aufl. Vieweg-Teubener, Wiesbaden, 2010. Kap. 7.5.4.3.1 Hardware in the Loop, S. 228–231 (siehe S. 13).
- [23] M. P. Buric u. a. „Piezo-Electric Energy Harvesting for Wireless Sensor Networks“. In: *Wireless and Microwave Technology Conference, 2006. WAMICON '06. IEEE Annual*. 2006, S. 1–5 (siehe S. 8).

- [24] N. Chaar. „Wheelset structural flexibility and vehicle-track dynamic interaction“. Diss. KTH Stockholm, 2007 (siehe S. 77).
- [25] P. K. Chan. „Comments on ‘Asymptotic waveform evaluation for timing analysis’“. In: *Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, IEEE Transactions on* 10.8 (1991), S. 1078–1079 (siehe S. 56).
- [26] S. H. Chen, Z. D. Wang und X. H. Liu. „Active Vibration Control and Suppression for Intelligent Structures“. In: *Journal of Sound and Vibration* 200.2 (1997), S. 167–177 (siehe S. 10).
- [27] *Control System ToolboxTM, Reference*. R2013a. The MathWorks, Inc. 2013 (siehe S. 53, 66).
- [28] K. A. Cook-Chennault, N. Thambi und A. M. Sastry. „Powering MEMS portable devices - a review of non-regenerative and regenerative power supply systems with special emphasis on piezoelectric energy harvesting systems“. In: *Smart Materials and Structures* 17.4 (2008), S. 1–33 (siehe S. 7).
- [29] R. J. Craig und M. Bampton. „Coupling of Substructures for Dynamic Analysis“. In: *AIAA Journal* 6.7 (1968), S. 1313–1319 (siehe S. 52).
- [30] T. Dahlberg. „Handbook of Railway Vehicle Dynamics“. In: Hrsg. von S. Iwnicki. Taylor & Francis Group, 2006. Kap. Track Issues, S. 143–179 (siehe S. 74).
- [31] D. T. Detwiler, M. H. H. Shen und V. B. Venkayya. „Finite element analysis of laminated composite structures containing distributed piezoelectric actuators and sensors“. In: *Finite Elements in Analysis and Design* 20.2 (1995), S. 87–100 (siehe S. 10).
- [32] F. J. DiSalvo. „Thermoelectric Cooling and Power Generation“. In: *Science* 285.5428 (1999), S. 703–706 (siehe S. 8).
- [33] G. Dötsch. *Einführung in die Theorie und Anwendung der Laplacetransformation*. Birkhäuser, 1958 (siehe S. 19).
- [34] N. E. Du Toit, B. L. Wardle und S.-G. Kim. „Design Considerations for Mems-scale Piezoelectric Mechanical Vibration Energy Harvesters“. In: *Integrated Ferroelectrics: An International Journal* 71.1 (2005), S. 121–160 (siehe S. 9, 29, 49).
- [35] *Eisenbahn-Bau- und Betriebsordnung (EBO)* (siehe S. 91).
- [36] E. Eisenbrand. „Phoenix MB: Die neue Dimension in der Heißläuferortung“. In: *Signal+Draht* 93.5 (2001), S. 21–30 (siehe S. 6).
- [37] E. Eisenbrand und J. Pachnicke. „Heißläufer- und Festbremsortungsanlagen“. In: *Signal+Draht* 83.7+8 (1992), S. 217–223 (siehe S. 6).

Literatur

- [38] N. G. Elvin, A. A. Elvin und M. Spector. „A self-powered mechanical strain energy sensor“. In: *Smart Materials and Structures* 10.2 (2001), S. 293–299 (siehe S. 9).
- [39] T. Engelbart. „Bestimmung des Übertragungsverhaltens und der Betriebslasten eines Güterwagens für Energy-Harvesting-Anwendungen“. Studienarbeit. Technische Universität Darmstadt, 2011 (siehe S. 75, 77, 80, 85).
- [40] *Entwicklungsmethodik für mechatronische Systeme*. Norm. Verein Deutscher Ingenieure, 2004 (siehe S. 26).
- [41] A. Erturk und D. J. Inman. „A Distributed Parameter Electromechanical Model for Cantilevered Piezoelectric Energy Harvesters“. In: *Journal of Vibration and Acoustics* 130.4 (2008), S. 041002–15 (siehe S. 29, 40, 41).
- [42] A. Erturk und D.J. Inman. „On Mechanical Modeling of Cantilevered Piezoelectric Vibration Energy Harvesters“. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 19.11 (2008), S. 1311–1325 (siehe S. 9, 40, 50, 66).
- [43] D. J. Ewins. *Modal Testing: Theory, Practice and Application*. 2. Aufl. Research Studies Press, 2000 (siehe S. 24, 75).
- [44] C. R. Farrar und K. Worden. „An introduction to structural health monitoring“. In: *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 365.1851 (2007), S. 303–315 (siehe S. 5).
- [45] P. Feldmann und R. W. Freund. „Reduced-order modeling of large linear subcircuits via a block Lanczos algorithm“. In: *Proceedings of the 32nd annual ACM/IEEE Design Automation Conference*. DAC '95. San Francisco, California, United States: ACM, 1995, S. 474–479 (siehe S. 55, 57).
- [46] P. Feldmann und R.W. Freund. „Efficient linear circuit analysis by Padé approximation via the Lanczos process“. In: *Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, IEEE Transactions on* 14.5 (1995), S. 639–649 (siehe S. 56).
- [47] U. Fingberg. „A model of wheel-rail squealing noise“. In: *Journal of Sound and Vibration* 143.3 (1990), S. 365–377 (siehe S. 77).
- [48] F. Flammini u. a. „Towards Wireless Sensor Networks for railway infrastructure monitoring“. In: *Electrical Systems for Aircraft, Railway and Ship Propulsion (ESARS), 2010*. 2010, S. 1–6 (siehe S. 5).
- [49] G. Freudiger. „Heißläufer- und Festbremsortungsanlagen der neuen Generation bei den SBB“. In: *Signal+Draht* 88.10 (1996), S. 27–30 (siehe S. 6, 91).

- [50] R. W. Freund. „Krylov-subspace methods for reduced-order modeling in circuit simulation“. In: *Journal of Computational and Applied Mathematics* 123.1-2 (2000), S. 395–421 (siehe S. 22, 58, 62).
- [51] R. W. Freund. „SPRIM: structure-preserving reduced-order interconnect macromodeling“. In: *Computer Aided Design, 2004. ICCAD-2004. IEEE/ACM International Conference on*. 2004, S. 80–87 (siehe S. 58).
- [52] R. Genesio und M. Milanese. „Note On Derivation and Use of Reduced-order Models“. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 21.1 (1976), S. 118–122 (siehe S. 51).
- [53] P. Glynne-Jones u. a. „An electromagnetic, vibration-powered generator for intelligent sensor systems“. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 110.1-3 (2004), S. 344–349 (siehe S. 7).
- [54] F. Goldschmidtboeing und P. Woias. „Characterization of different beam shapes for piezoelectric energy harvesting“. In: *Journal of Micromechanics and Microengineering* 18.10 (2008), S. 104013–7 (siehe S. 10, 30).
- [55] G. H. Golub und C. F. Van Loan. *Matrix Computations*. 3. Aufl. Johns Hopkins Univ. Pr., 1996 (siehe S. 60, 63).
- [56] C. Graf, J. Maas und D. Schapeler. „Energy harvesting cycles based on electro active polymers“. In: *Proc. SPIE*. Bd. 7642. 1. San Diego, CA, USA: SPIE, März 2010, S. 764217–12 (siehe S. 8).
- [57] M. Gürgöze. „On the representation of a cantilevered beam carrying a tip mass by an equivalent spring-mass system“. In: *Journal of Sound and Vibration* 282.1-2 (2005), S. 538–542 (siehe S. 9).
- [58] D. Gross, W. Hauger und P. Wriggers. *Technische Mechanik 4: Hydromechanik, Elemente der Höheren Mechanik, Numerische Methoden*. 8. Aufl. Springer, 2012, S. 251 (siehe S. 39, 40).
- [59] D. Guyomar u. a. „Toward energy harvesting using active materials and conversion improvement by nonlinear processing“. In: *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on* 52.4 (2005), S. 584–595 (siehe S. 10).
- [60] N. W. Hagood, W. H. Chung und A. von Flotow. „Modelling of Piezoelectric Actuator Dynamics for Active Structural Control“. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 1.3 (1990), S. 327–354 (siehe S. 9).
- [61] N. W. Hagood und A. von Flotow. „Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks“. In: *Journal of Sound and Vibration* 146.2 (1991), S. 243–268 (siehe S. 9, 36).

Literatur

- [62] S. J. Hammarling. „Numerical Solution of the Stable, Non-negative Definite Lyapunov Equation Lyapunov Equation“. In: *IMA Journal of Numerical Analysis* 2.3 (1982), S. 303–323 (siehe S. 54).
- [63] W. Hanneforth und W. Fischer. *Laufwerke, Schienenfahrzeugtechnik*. transpress, VEB Verlag für Verkehrswesen, 1986 (siehe S. 70, 73, 74).
- [64] M. Hecht und P. Krause. *Bericht 27/2013 Forschungsprojekt ESZüG - Dokumentation Betriebslastenmessung AP2*. Techn. Ber. Technische Universität Berlin, Fachgebiet Schienenfahrzeuge, 2013 (siehe S. 75).
- [65] M. Hecht u. a. „Telematik im Schienengüterverkehr - Anwendung bei Gefahrguttransporten“. In: *ETR - Eisenbahntechnische Rundschau* 12 (1999), S. 837–849 (siehe S. 4, 7).
- [66] G. Heinzel, A. Rüdiger und R. Schilling. *Spectrum and spectral density estimation by the Discrete Fourier transform (DFT), including a comprehensive list of window functions and some new at-top windows*. 2002 (siehe S. 83).
- [67] M. Herden und U. Friesen. „COMORAN - Ausgefeiltes Condition Monitoring für Schienenverkehrsanwendungen“. In: *ETR - Eisenbahntechnische Rundschau* 61.9 (2012), S. 74–79 (siehe S. 5).
- [68] M. Herden und U. Friesen. „COMORAN – Condition monitoring for railway applications“. In: *RTR - Rail Technology Review* 53 (2013), S. 42–46 (siehe S. 5).
- [69] S. Herold, T. Jungblut und M. Kurch. „A Systematic Approach to Simulate Active Mechanical Structures“. In: *NAFEMS-Seminar: "Multidisziplinäre Simulationen – Die Zukunft der virtuellen Produktentwicklung"*. 2009 (siehe S. 11, 26).
- [70] M. Hoffmann und H. True. „Dynamics of two-axle railway freight wagons with UIC standard suspension“. In: *Vehicle System Dynamics* 44 (2006), S. 139–146 (siehe S. 73).
- [71] R. Isermann, J. Schaffnit und S. Sinsel. „Hardware-in-the-loop simulation for the design and testing of engine-control systems“. In: *Control Engineering Practice* 7.5 (1999), S. 643–653 (siehe S. 13).
- [72] H. Janocha, Hrsg. *Adaptronics and Smart Structures: Basics, Materials, Design, and Applications*. Springer, 1999, S. 438 (siehe S. 36).
- [73] D. J. Jendritza. *Technischer Einsatz Neuer Aktoren: Grundlagen, Werkstoffe, Designregeln und Anwendungen*. Expert Verlag, 1995 (siehe S. 36).
- [74] T. Jungblut u. a. „Aktive Anbindungsimpedanzen: Mechatronische Systeme zur experimentellen Simulation von Anbindungsbedingungen“. In: *Tagungsband Fachtagung Mechatronik 2011, Dresden 31.03.-01.04.2011*. 2011 (siehe S. 32).

- [75] W. Kaal, S. Herold und M. Kurch. „Design strategies of energy harvesting devices with piezoelectric transducers“. In: *IV ECCOMAS Thematic Conference, Smart Structures and Materials (SMART'09)*. 2009 (siehe S. 9, 42).
- [76] M. Kauba u. a. „Design and application of an active vibration control system for a marine engine mount“. In: *International Conference on Noise and Vibration Engineering (ISMA), 15-17 September 2008, Leuven*. 2008, S. 241 – 255 (siehe S. 31).
- [77] S. Kim u. a. „Comparison of MEMS PZT Cantilevers Based on d_{31} and d_{33} Modes for Vibration Energy Harvesting“. In: *Journal of Microelectromechanical Systems* 22.1 (2013), S. 26 – 33 (siehe S. 8).
- [78] W. Klima und M. Stern. „Heißläufer- und Festbremsortungslagen bei der DB Netz AG“. In: *Bahn Praxis - Zeitschrift zur Förderung der Betriebssicherheit und der Arbeitssicherheit bei der DB AG* (2008), S. 10 – 16 (siehe S. 6).
- [79] K. Knothe und S. Stichel. *Schienenfahrzeugdynamik*. VDI-Buch. Springer-Verlag, 2003, S. 341 (siehe S. 73, 74, 76).
- [80] M. Koch. „Methodische Auslegung energieautarker Systeme“. Masterarbeit. Hochschule Koblenz, 2012 (siehe S. 29).
- [81] M. Koch, M. Kurch und D. Mayer. „Methodical Design Approach and Field Test of a Self-Powered Train Hot Box Detector“. In: *International Journal of Railway Technology* (2014). Vorabdruck (siehe S. 28, 119).
- [82] M. Koch, M. Kurch und D. Mayer. „On a Methodical Design Approach for Train Self-Powered Hot Box Detectors“. In: *The First International Conference on First International Conference on Railway Technology: Research, Development and Maintenance*. 2012 (siehe S. 28, 32, 94).
- [83] S.-Y. Kung und D. W. Lin. „Recent progress in linear system model-reduction via Hankel matrix approximation“. In: *Proceedings European Conf. Circuit Theory and Design, The Hague, The Netherlands*, 1981, S. 222 – 233 (siehe S. 56).
- [84] M. Kurch. „Optimale Auslegung von piezokeramischen Wandlern auf Leichtbaustrukturen“. Diplomarbeit. Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2004 (siehe S. 48).
- [85] M. Kurch, C. Ebert und S. Linke. „Design and Manufacturing of Piezoelectric Energy Harvesters for Bridge Applications“. In: *Adaptronic Congress Conference Proceedings*. 2011 (siehe S. 89).

- [86] M. Kurch, C. Klein und D. Mayer. „A Framework for Numerical Modeling and Simulation of Shunt Damping Technology“. In: *6th International Congress on Sound and Vibration (ICSV16), Proceedings of*. 2009 (siehe S. 60).
- [87] M. Kurch und D. Mayer. „On Modeling of Energy Self-sufficient Vibration Absorber Sensor Modules“. In: *New Trends in Smart Technologies*. Hrsg. von C. Boller und H. Janocha; Fraunhofer Verlag, 2013. Kap. Modelling, S. 119–126 (siehe S. 9).
- [88] J. Kymissis u. a. „Parasitic power harvesting in shoes“. In: *Wearable Computers, 1998. Digest of Papers. Second International Symposium on*. 1998, S. 132–139 (siehe S. 8).
- [89] J. A. Kypuros u. a. „Implementation of Wireless Temperature Sensors for Continuous Condition Monitoring of Railroad Bearings“. In: *Proceedings of the ASME 2011 Rail Transportation Division Fall Technical Conference RTDF2011*. 2011, S. 97–105 (siehe S. 7).
- [90] C. Lanczos. „An Iteration Method for the Solution of the Eigenvalue Problem of Linear Differential and Integral Operators“. In: *Journal of Research of the National Bureau of Standards* 45.4 (1950), S. 255–282 (siehe S. 57).
- [91] A. Laub u. a. „Computation of system balancing transformations and other applications of simultaneous diagonalization algorithms“. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 32.2 (1987), S. 115–122 (siehe S. 53).
- [92] E. Lefeuvre u. a. „Piezoelectric Energy Harvesting Device Optimization by Synchronous Electric Charge Extraction“. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 16 (2005), S. 865–876 (siehe S. 9).
- [93] B. Lohmann und B. Salimbahrami. „Ordnungsreduktion mittels Krylov-Unterraummethoden“. In: *Automatisierungstechnik* 52.1 (2004), S. 30–38 (siehe S. 52).
- [94] D. J. Lucia, P. S. Beran und W. A. Silva. „Reduced-order modeling: new approaches for computational physics“. In: *Progress in Aerospace Sciences* 40.1-2 (2004), S. 51–117 (siehe S. 51).
- [95] J. Lunze. *Regelungstechnik 1 - Systemtheoretische Grundlagen, Analyse und Entwurf einschleifiger Regelungen*. 7. Aufl. Springer Berlin Heidelberg New York, 2008 (siehe S. 21, 22).
- [96] J. Lunze. *Regelungstechnik 2 - Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung*. 4. Aufl. Springer Berlin Heidelberg, 2010 (siehe S. 19, 20, 24, 53).
- [97] M. Mackay u. a. *Cost effective EU transport safety measures*. Techn. Ber. 90-76024-16-2. European Transport Safety Council, 2003 (siehe S. 6).

- [98] K. Magnus, K. Popp und W. Sextro. *Schwingungen: Eine Einführung in die physikalischen Grundlagen und die theoretische Behandlung von Schwingungsproblemen*. 8. Aufl. Vieweg+Teubner Verlag, 2008, S. 298 (siehe S. 44, 62, 107).
- [99] N. Mano, F. Mao und A. Heller. „Characteristics of a Miniature Compartment-less Glucose-O₂ Biofuel Cell and Its Operation in a Living Plant“. In: *Journal of the American Chemical Society* 125.21 (2003), S. 6588–6594 (siehe S. 7).
- [100] R. Markert. *Schwingungsmesstechnik, TU Darmstadt*. 2005 (siehe S. 76).
- [101] C. J. De Marqui, A. Erturk und D. J. Inman. „An electromechanical finite element model for piezoelectric energy harvester plates“. In: *Journal of Sound and Vibration* 327.1-2 (2009), S. 9–25 (siehe S. 10).
- [102] F. San Martin und B. Neuroth. „Intelligente Heißläuferortung sichert die Hochgeschwindigkeitsstrecke Madrid-Sevilla“. In: *Signal+Draht* 91.1+2 (1999), S. 30–33 (siehe S. 6).
- [103] P. D. Mitcheson u. a. „Performance limits of the three MEMS inertial energy generator transduction types“. In: *Journal of Micromechanics and Microengineering* 17.9 (2007), S. 211–216 (siehe S. 8).
- [104] C. Müller. „Zustandsgetriebene Instandhaltung ohne feste Intervalle“. In: *ETR - Eisenbahntechnische Rundschau* 60 (2011), S. 57–58 (siehe S. 4).
- [105] J. Mohring u. a. „Parametric model reduction of systems for active noise control“. In: *6th International Congress on Sound and Vibration (ICSV16), Proceedings of*. 2009 (siehe S. 60, 125).
- [106] B. Moore. „Principal component analysis in linear systems: Controllability, observability, and model reduction“. In: *Automatic Control, IEEE Transactions on* 26.1 (1981), S. 17–32 (siehe S. 53).
- [107] W. Nan u. a. „Research on Linear Wireless Sensor Networks Used for On-line Monitoring of Rolling Bearing in Freight“. In: *Journal of Physics: Conference Series* 305.1 (2011), S. 1–10 (siehe S. 7).
- [108] T. Nelson und E. Wang. „Reliable FE-Modeling with ANSYS“. In: *International ANSYS Conference*. 2004 (siehe S. 93).
- [109] T. H. Ng und W. H. Liao. „Sensitivity Analysis and Energy Harvesting for a Self-Powered Piezoelectric Sensor“. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 16.10 (2005), S. 785–797 (siehe S. 9).
- [110] J. Niessen, U. Schröder und F. Scholz. „Exploiting complex carbohydrates for microbial electricity generation - a bacterial fuel cell operating on starch“. In: *Electrochemistry Communications* 6.9 (2004), S. 955–958 (siehe S. 7).

- [111] D. F. Ostergaard und T. P. Pawlak. „Three-Dimensional Finite Elements for Analyzing Piezoelectric Structures“. In: *IEEE 1986 Ultrasonics Symposium*. 1986, S. 639–644 (siehe S. 38).
- [112] G. K. Ottman, H. F. Hofmann und G. A. Lesieutre. „Optimized piezoelectric energy harvesting circuit using step-down converter in discontinuous conduction mode“. In: *Power Electronics, IEEE Transactions on* 18.2 (2003), S. 696–703 (siehe S. 10).
- [113] G. K. Ottman u. a. „Adaptive piezoelectric energy harvesting circuit for wireless remote power supply“. In: *Power Electronics, IEEE Transactions on* 17.5 (2002), S. 669–676 (siehe S. 9, 10).
- [114] E. Papatheou und N. D. Sims. „Developing a hardware in-the-loop simulator for a backpack energy harvester“. In: *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 23.7 (2012), S. 827–835 (siehe S. 13).
- [115] L. T. Pillage und R. A. Rohrer. „Asymptotic waveform evaluation for timing analysis“. In: *Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, IEEE Transactions on* 9.4 (1990), S. 352–366 (siehe S. 55).
- [116] H. Prahlaad u. a. „Polymer Power: Dielectric Elastomers and Their Applications in Distributed Actuation and Power Generation“. In: *Proceedings of ISSS 2005 International Conference on Smart Materials Structures and Systems, Bangalore, India*. 2005 (siehe S. 8).
- [117] UIC International Union of Railways. *Vademecum (List of UIC members)*. [Online; Stand 30. Dezember 2011]. 2011 (siehe S. 2).
- [118] R. B. Randall. *Vibration-based Condition Monitoring: Industrial, Aerospace and Automotive Applications*. 1. Aufl. John Wiley & Sons, 2011 (siehe S. 5).
- [119] M. J. Rewienski. „A Trajectory Piecewise-Linear Approach to Model Order Reduction of Nonlinear Dynamical Systems“. Diss. Massachusetts Institute of Technology, 2003 (siehe S. 51).
- [120] B. Richter. „Modellbasierter Entwurf resonant betriebener, piezoelektrischer Biegeschwinger in Energy Harvesting Generatoren“. Diss. Universität Paderborn, 2010 (siehe S. 25).
- [121] T. Rieckenberg. „Telematik im Schienengüterverkehr: ein konzeptionell-technischer Beitrag zur Steigerung der Sicherheit und Effektivität“. Diss. Technische Universität Berlin, 2004 (siehe S. 2, 4).
- [122] R. Rohrer und H. Nosrati. „Passivity considerations in stability studies of numerical integration algorithms“. In: *Circuits and Systems, IEEE Transactions on* 28.9 (1981), S. 857–866 (siehe S. 22).

- [123] S. Roundy und P. K. Wright. „A piezoelectric vibration based generator for wireless electronics“. In: *Smart Materials and Structures* 13.5 (2004), S. 1131–1142 (siehe S. 8).
- [124] S. Roundy u. a. „Improving power output for vibration-based energy scavengers“. In: *Pervasive Computing, IEEE* 4.1 (2005), S. 28–36 (siehe S. 9, 10).
- [125] E. B. Rudnyi und J. G. Korvink. „Model Order Reduction for Large Scale Engineering Models Developed in ANSYS“. In: *Lecture Notes in Computer Science*. Hrsg. von J. Dongarra, K. Madsen und J. Waśniewski. Bd. 3732. Springer Berlin Heidelberg, 2006, S. 349–356 (siehe S. 62).
- [126] E. B. Rudnyi und J. G. Korvink. *mor4ansys (version 1.8): Compact Behavioral Models from ANSYS by Means of Model Order Reduction*. IMTEK, Freiburg University, Germany. 2005 (siehe S. 62).
- [127] K. Ruschmeyer. *Piezokeramik. Grundlagen, Werkstoffe, Applikationen*. Expert-Verlag, 1995 (siehe S. 8).
- [128] Y. Saad. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. Society for Industrial und Applied Mathematics, 2003 (siehe S. 23).
- [129] C. R. Sabirin, T. Röglin und D. Mayer. „Design and Control of Adaptive Vibration Absorbers Mounted on an Air Conditioning Compressor“. In: *The Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics Eurodyn 2011*. Leuven, 2011 (siehe S. 92).
- [130] N. Safi u. a. „Zuverlässigkeit piezokeramischer Folienmodule für energieautarke Systeme (Energy Harvesting)“. In: *3.Tagung DVM-Arbeitskreis Zuverlässigkeit mechatronischer und adaptronischer Systeme*. 2010 (siehe S. 37, 91).
- [131] B. Salimbahrami und B. Lohmann. „Order reduction of large scale second-order systems using Krylov subspace methods“. In: *Linear Algebra and its Applications* 415.2-3 (2006), S. 385–405 (siehe S. 59).
- [132] Y. Sato, A. Matsumoto und K. Knothe. „Review on rail corrugation studies“. In: *Wear* 253 (2002), S. 130–139 (siehe S. 75).
- [133] A. Schöbel und J. Karner. „Optimierungspotenziale bei der Stationierung von Heißläuferortungsanlagen“. In: *ETR - Eisenbahntechnische Rundschau* 54.12 (2005), S. 805–808 (siehe S. 6).
- [134] W. H. Schilders, H. A. Vorst und J. Rommes. „Introduction to Model Order Reduction“. In: *Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications*. Mathematics in Industry, Vol. 13, Subseries: The European Consortium for Mathematics in Industry. Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2008 (siehe S. 23, 57).

Literatur

- [135] N. Schmidt u. a. *Wirtschaftliche Rahmenbedingungen des Güterverkehrs - Studie zum Vergleich der Verkehrsträger im Rahmen des Logistikprozesses in Deutschland*. Fraunhofer IRB Verlag, 2008 (siehe S. 2).
- [136] W. Schubert und J. Schmädicke. *Verkehrslogistik*. Vahlen, 2000, S. 645 (siehe S. 71, 72).
- [137] G. Sebald, D. Guyomar und A. Agbossou. „On thermoelectric and pyroelectric energy harvesting“. In: *Smart Materials and Structures* 18.12 (2009), 125006 (7pp) (siehe S. 8).
- [138] G. M. Shafiullah, A. Gyasi-Agyei und P. Wolfs. „Survey of Wireless Communications Applications in the Railway Industry“. In: *Wireless Broadband and Ultra Wideband Communications, 2007. AusWireless 2007. The 2nd International Conference on*. 2007, S. 65–65 (siehe S. 5).
- [139] B. N. Sheehan. „ENOR: model order reduction of RLC circuits using nodal equations for efficient factorization“. In: *Design Automation Conference, 1999. Proceedings. 36th*. 1999, S. 17–21 (siehe S. 22).
- [140] N. S. Shenck und J. A. Paradiso. „Energy scavenging with shoe-mounted piezoelectrics“. In: *Micro, IEEE* 21.3 (2001), S. 30–42 (siehe S. 8).
- [141] Y. C. Shu und I. C. Lien. „Analysis of power output for piezoelectric energy harvesting systems Source“. In: *Smart Materials and Structures* 15.6 (2006), S. 1499–1512 (siehe S. 9, 10).
- [142] Y. C. Shu und I. C. Lien. „Efficiency of energy conversion for a piezoelectric power harvesting system“. In: *Journal of Micromechanics and Microengineering* 16.11 (2006), S. 2429–2438 (siehe S. 10).
- [143] Y. C. Shu, I. C. Lien und W. J. Wu. „An improved analysis of the SS-HI interface in piezoelectric energy harvesting“. In: *Smart Materials and Structures* 16.6 (2007), S. 2253–2264 (siehe S. 10).
- [144] H. A. Sodano, D. J. Inman und G. Park. „A Review of Power Harvesting from Vibration Using Piezoelectric Materials“. In: *The Shock and Vibration Digest* 36.3 (2004), S. 197–205 (siehe S. 7).
- [145] H. A. Sodano, G. Park und D. J. Inman. „Estimation of Electric Charge Output for Piezoelectric Energy Harvesting“. In: *Strain* 40.2 (2004), S. 49–58 (siehe S. 9).
- [146] H. Sohn u. a. *A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996–2001*. Report LA-13976-MS. Los Alamos National Laboratory, 2004 (siehe S. 5).
- [147] O. Sosnicki, N. Lhermet und F. Claeysen. „Vibration energy harvesting in aircraft using piezoelectric actuators“. In: *ACTUATOR 2006, 10th International Conference on New Actuators, 14-16 June 2006, Bremen, Germany*. 2006 (siehe S. 8).

- [148] I. Stark. „Invited Talk: Thermal Energy Harvesting with Thermo Life“. In: *Wearable and Implantable Body Sensor Networks, 2006. BSN 2006. International Workshop on*. 2006, S. 19–22 (siehe S. 8).
- [149] F. Straube und H. Pfohl. *Studie Trends und Strategien in der Logistik 2008: Die Kernaussagen*. Bundesvereinigung Logistik (BVL) e.V., 2008 (siehe S. 4).
- [150] Frost & Sullivan. *ENERGY HARVESTING MATERIALS – THE ROAD AHEAD D1BE*. Techn. Ber. Frost & Sullivan, 2009 (siehe S. 8).
- [151] H. F. Tiersten. *Linear piezoelectric plate vibrations*. Plenum Press, New York, 1969 (siehe S. 36).
- [152] H. S. Tzou und C. I. Tseng. „Distributed piezoelectric sensor/actuator design for dynamic measurement/control of distributed parameter systems: A piezoelectric finite element approach“. In: *Journal of Sound and Vibration* 138.1 (1990), S. 17–34 (siehe S. 10).
- [153] Bau und Stadtentwicklung Bundesministerium für Verkehr, Hrsg. *Verkehr in Zahlen 2011/2012*. Deutscher Verkehrs-Verlag, Hamburg, 2011 (siehe S. 3, 4).
- [154] C. de Villemagne und R. E. Skelton. „Model reductions using a projection formulation“. In: *Decision and Control, 1987. 26th IEEE Conference on*. Bd. 26. 1987, S. 461–466 (siehe S. 51).
- [155] H. A. van der Vorst. *Iterative Krylov Methods for Large Linear Systems*. Hrsg. von R. V. Kohn M. H. Wright P. G. Ciarlet A. Iserles. Cambridge University Press, 2003, S. 221 (siehe S. 23).
- [156] P. Wagner, S. Wagner und J. Deppmeyer. *Reisezugwagen deutscher Eisenbahnen: Länderbahnen und Deutsche Reichsbahn-Gesellschaft*. Düsseldorf Alba, 1988 (siehe S. 69).
- [157] S. Y. Wang. „A finite element model for the static and dynamic analysis of a piezoelectric bimorph“. In: *International Journal of Solids and Structures* 41.15 (2004), S. 4075–4096 (siehe S. 10).
- [158] P. Wierach und A. Schönecker. „Bauweisen und Anwendungen von Piezokompositen in der Adaptronik“. In: *Adaptronik Congress 2005, Göttingen*. 2005 (siehe S. 91).
- [159] J. C. Willems. „The Behavioral Approach to Open and Interconnected Systems“. In: *Control Systems Magazine, IEEE* 27.6 (2007), S. 46–99 (siehe S. 12).

Wissenschaftlicher Werdegang

Der wissenschaftliche Werdegang ist aus Datenschutzgründen in der Online-Version nicht enthalten.